



## ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL İFADELER KONUSUNDA YAPTIKLARI HATALARIN NEDENLERİNİN İNCELENMESİ\*

### EXAMINATION OF THE REASONS FOR THESE MISTAKES MADE BY ELEMENTARY SCHOOL 7<sup>TH</sup>-GRADE STUDENTS IN RELATION TO ALGEBRAIC EXPRESSIONS

Betül ŞİMŞEK\*\*

Yasin SOYLU\*\*\*

#### Öz

Bu çalışmanın amacı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları hataların nedenlerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın örneklemini; 2013-2014 öğretim yılında Trabzon il merkezindeki ortaokullarda öğrenim görmekte olan 150,7. Sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Bu çalışmada durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada öğrencilerin cebir konusunda hatalarını tespit edebilmek için cebir bilgi testi uygulanmış ve yapılan hataların nedenlerini tespit edebilmek için yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Bu mülakatlardan elde edilen verilerde içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir.

Araştırmadan elde edilen verilerden, öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığı ve uygulanan cebir bilgi testinde birçok hata yapıldığı görülmüştür. Yapılan bu hatalardan bazıları, öğrencinin değişkeni görmezden gelmesi, verilen cebirsel ifadeyi denkleme dönüştürerek çözmesi, soruda verilen değişken yerine  $x$  değişkenini kullanması ve verilen probleme uygun denklemi yanlış kurmasıdır. Yapılan mülakatlardan da bu hataların nedenlerinin; öğrencinin işlem içindeki değişkene bir anlam yükleyememiş olması, bilinmeyen ile değişken kavramlarını ayırt edememesi, değişken ifadesini  $x$  ifadesi ile özdeşleştirmiş olması, aritmetiksel işlemlerdeki bilgi eksikliği ve cebir konusuna ayrılan zamanın yetersiz olması olarak tespit edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Cebirsel İfadeler, Değişkenler, Cebirsel Sözel Problemler, Öğrenci Hataları, Denklem Kurma Ve Çözme.

#### Abstract

The aim of this study is to investigate reasons for these mistakes made by secondary school 7<sup>th</sup>-grade students in relation to algebraic expressions. In accordance with this aim, the sample of the study consists of 150 7<sup>th</sup>-grade students studying at secondary schools in Trabzon city centre in the 2013-2014 academic year.

In this study, the case study method was used. In the study, a knowledge test was applied in order to determine the mistakes made by the students in the subject of algebra, and a semi-structured interview was held in order to determine the reasons for the mistakes made. The data obtained from these interviews were analysed using the content analysis method.

From the data obtained from the study, it was observed that the students' knowledge of algebraic expressions was not at the desired level, and many mistakes were made in the algebra knowledge test applied. Some of these mistakes made are the student's ignoring the variable, solving the given algebraic expression by transforming it into an equation, using the  $x$  variable instead of the variable given in the question, and establishing the equation for the given problem incorrectly. From the interviews held, the reasons for these mistakes were determined as the student's failure to attribute a meaning to the variable in the operation, failure to distinguish the concepts of unknown and variable, identifying the expression of available with the  $x$  expression, the lack of knowledge in mathematical operations, and the insufficiency of the time allocated to the subject of algebra.

**Keywords:** Algebraic Expressions, Variables, Algebraic Verbal Problems, Student Mistakes, Forming And Solving Equations.

## 1. Giriş

Cebir hayatın her aşamasında karşımıza çıkmaktadır. Bu da bireylerin (öğrencilerin) günlük hayatlarını kolaylaştırmada cebiri öğrenmelerinin bir zorunluluk olduğunu göstermektedir. Fakat öğrenciler cebiri aritmetiksel işlemleri yapmak, okumak ve yazmak gibi kazanılması gerekli olan bir zorunluluk olarak görmeyebilir. Bu da öğrencilerin gelecekte öğrenecekleri matematik konularını öğrenememelerine, üniversiteyi kazanamamalarına ya da birçok meslek dalını tercih edememelerine sebep olabilir (Williams, 1997). Halbuki cebir bu imkanlara sahip olabilmek için bireye kolaylık sağlar (Choike, 2000; Maccini ve Hughes, 2000). Lacampagne (1995), "cebir matematiğin dilidir. O, tamamıyla öğrenilmesi halinde gelecekteki öğrenilecek matematik konuları için kolaylaştırıcı etki yapar. O, öğrenilmemesi halinde üniversite ve teknolojiye dayalı kariyer kapılarını kapatır..." söylemiştir. Bu nedenle, öğrenciler cebiri bilinmeyenlerden oluşan bir ders konusu olarak değil de onların gerçek hayatlarını yönlendiren bir etkinlik olarak görmeleri gerekir (Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016). Fakat araştırıldığında farklı seviyelerdeki öğrencilerin bu kadar

\* Bu çalışma, 25.01.2018 tarihinde Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsünde kabul edilen "Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler Konusunda Yaptıkları Hatalar Ve Hataların Nedenlerinin İncelenmesi" adlı Yüksek Lisans tezinin bir kısmından alınmıştır.

\*\* Öğretmen, Şair Nefi Ortaokulu, Erzurum Milli Eğitim Müdürlüğü-Erzurum, betul\_guzel88@hotmail.com, ORCID: 0000-0002-5065-1560

\*\*\* Prof. Dr., Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı-Erzurum, yasinsoylu@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0906-4994



önemli bir konuyu anlamada problemler yaşadıkları görülmektedir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Brizuela, Carraher ve Schlieman, 2000; Herscovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1996; Macgregor ve Stacey, 1997a, Macgregor ve Stacey, 1997b; Özarslan, 2010 ve Yıldız vd., 2015). Bu problemlerin sebebi ise cebirin içeriği, öğrenimi ve öğretimindeki eksikliklerdir (Çavuş Erdem, 2013; Kieran, 1992 ve Şahin, 2012). Bu eksikliklerde öğrenci hatalarına sebebiyet vermektedir. Cebirin öğretimindeki eksikliklerin yok edilebilmesi için matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin cebirsel ifadeler konusunda yapabilecekleri hataları tahmin edebilmeleri gerekmektedir. Bu da ancak öğrenci hatalarının ve nedenlerinin bilinmesi ile mümkündür.

Ubuz (1999) yapılan hataların okullarda matematik öğrenme ve öğretmede birçok güçlüğün yaşanmasına sebep olduğunu ifade etmiştir. Bu alanda yapılan birçok araştırmada da (Borasi, 1987; Brown ve Callahan, 1985; Çavuş Erdem, 2013; Dede ve Peker, 2004; Fisher ve Lipson, 1986 ve Yıldız vd., 2015) hataların öğrenciler için öğretici olduğunu ve öğretmenler için de verimli bir öğretimin sağlanmasında rehber olduğunu savunmuştur. Öğrencilerin konuları daha iyi öğrenebilmeleri için yaptıkları hatalara bakılabilir. Öğretmenlerin öğrencilere hataları konusunda yardımcı olabilmeleri ancak bu hataların nedenlerini tespit etmeleri ile mümkündür (Oktaç, 2009).

Matematiksel kavramlar kendi içerisinde birbirleriyle ilişkili olduğundan, bu ilişkilerde olabilecek kopmalar gelecekteki öğrenilecek matematiksel kavramların öğreniminde sıkıntılara neden olabileceği bilinmektedir (Swadener ve Soedjadi, 1988). Matematik birikimli bir bilim dalıdır ve eski öğrenilen bilgiler, yeni bilgilerin daha kolay öğrenilmesini sağlar (Küçük ve Demir, 2009), dolayısıyla konuya ilişkin doğru öğrenmelerin oluşması için öğrencinin zihnindeki hatalı öğrenmelerin ortadan kaldırılması gerekir. Cebirde de durum böyledir. Cebir aritmetiğin ötesine matematiği ilerletmede çok sayıda öğrenciyi engelleyen kritik bir filtre işlevi görmektedir (Yaman ve Dündar, 2015). Cebir, matematiğin tüm konuları arasında bir köprü görevi yapar (Yıldız, vd.,2015). Cebirde yapılan bir hata matematiğin öğrenme alanları arasında kopmalara neden olur. Bu kopmalarda ancak hatanın nedenleri bilinerek engellenebilir.

Matematik dersi içerisinde önemli bir konuma sahip olan cebirin öğretimine/öğrenimine/tanımına ve değişen teknolojinin cebir öğretimine etkisiyle ilgili pek çok çalışma yıllarca yapılmış ve halen daha da yapılmaktadır. Yapılan bu araştırmalar neticesinde pek çok ülke cebir konusunun öğretimi ile ilgili programlarında kalıcı değişiklikler yapmıştır (Kaya ve Keşan, 2014). Fakat yapılan değişikliklere karşın pek çok ülkede öğrencilerin cebiri anlamada halen daha zorluk çektikleri görülmektedir (Dede ve Argun, 2003; Kieran, 1992; Özarslan, 2010; Soylu, 2008; Yenilmez ve Avcu, 2009 ve Yıldız, vd,2015). Bu durumu Cockcroft (1982, s.60) şu şekilde açıklamıştır: Öğrencilerin matematik dersine karşı olumsuz tutum geliştirmelerinin ve kafa karışıklığı yaşamalarının sebebi cebirdir. Cebiri öğrenme/öğretme konusunda çok sayıda araştırma yapılmıştır. Fakat öğretmenlerin cebiri ne şekilde anlatabilecekleri ve verimli cebir öğrenme ortamlarının nasıl oluşturulabileceği ile ilgili araştırmalar çok azdır. Bu da öğretmenlerin geleneksel yöntemleri kullanarak cebiri öğretmesine sebep olduğu düşünülmektedir (Doerr, 2004). Cebir öğretiminde de geleneksel yöntemlerin kullanılması diğer yöntemlere göre başarıyı düşürmektedir (Kaf, 2007; Soylu, 2008; Öner, 2009; Şahin, 2012). Cebir öğretimiyle ilgili yaşanan sıkıntıların yok edilebilmesi ve öğrencilerin cebir konusunu daha iyi öğrenebilmeleri için, günümüzde cebirin geleneksel yöntemle öğretimine alternatif yeni yöntemler geliştirilmelidir. Bu yöntemlerin geliştirilmesi ve problemlerin yok edilmesi de öğrenci hatalarının nedenlerinin bilinmesi önemli bir rol oynayacaktır.

Bu nedenle öğrencilerin öğrenimleri boyunca yaşadıkları bu sıkıntıların ve yaptıkları hataların engellenebileceği öğrenme ortamlarının oluşturulması gerekmektedir. Hataların engellenebileceği öğrenme ortamlarının oluşturulması da ancak cebirde yapılan öğrenci hatalarının altında yatan nedenlerinin bilinmesi ile mümkündür. Dolayısıyla bizde bu çalışmayı gerek öğretim ortamlarının düzenlenmesi gerek öğretmenlere rehber olması açısından yapma gereği duyduk.

## 2. Yöntem

### 2.1. Araştırma Modeli

Bu çalışmada nitel verileri içeren durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması, güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi içinde çalışan ve durumları çok yönlü, sistemli ve derinlemesine inceleyen görgül bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Araştırmada durum çalışması desenlerinden "bütüncül çoklu durum deseni" kullanılmıştır. Bu desende, her bir durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınır, daha sonra birbirleriyle karşılaştırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Bu çalışmadan iki aşamada veri toplanmıştır. Birinci aşamada öğrencilere cebir bilgi testi uygulanarak öğrenci cevapları elde edilmiştir; ikinci aşamada ise öğrenci hatalarının nedenlerini belirlemek için öğrenci cevaplarına göre belirlenen öğrencilerle yarı-yapılandırılmış mülakat yapılarak nitel veriler elde edilmiştir. Bu çalışmada nitel veriler sunulmuştur.



## 2.2. Örneklem

Araştırmanın çalışma grubu iki aşamada oluşturulmuştur. Birinci aşamada; 2013-2014 öğretim yılında Trabzon il merkezindeki ortaokullarda öğrenim görmekte olan 150,7. Sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. İkinci aşamada ise 150, 7. sınıf öğrencisinden Cebir Bilgi Testine yanlış cevap veren öğrencilerden 24 öğrenci seçilmiştir.

Bu araştırmanın örnekleme seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçsal örnekleme yöntemi kullanılarak oluşturulmuştur. Amaçsal örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine araştırılmasına fırsat vermektedir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2008). Bu araştırmanın amacı doğrultusunda, çalışma konusunu derinlemesine inceleyebilmek için etik açıdan gerekli izinler alındıktan sonra araştırmacıya yakın okullar tercih edilmiş ve öğrencilerin cebir konusunda yaptıkları hataların nedenlerini belirlemek amacı ile hatalı cevap veren öğrencilerden 24 öğrenci seçilmiştir. Bu sebepten dolayı amaçsal örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

## 2.3. Veri Toplama Araçları

Verilerin analizinde, farklı yöntemlerin beraber kullanılması elde edilen sonuçların geçerliğini ve güvenilirliğini artırmaktadır (Şimşek ve Yıldırım, 2011). Bu nedenle araştırmada öğrencilerin hatalarını belirlemek amacı ile CBT, hataların nedenlerini belirlemek amacı ile yarı yapılandırılmış mülakatlar ve doküman incelemesi kullanılmıştır.

### 2.3.1. Cebir Bilgi Testi (CBT)

Cebir bilgi testi toplam 12 sorudan oluşmaktadır. Cebirsel bilgi testi; cebirsel ifadelerde dört işlemi yapabilme(1 ve 8. sorular), belirli durumlara uygun cebirsel ifadeyi yazabilme(2.,3.,4.,5.,6. ve 7. sorular), problemlere uygun denklem kurabilme ve bu denklemi çözebilme(9. soru), birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi çözebilme(10.,11. ve 12. sorular) gerektiren sorulardan oluşmaktadır.

CBT oluşturulmadan önce, ilköğretimde cebir konusunun öğretimi ile ilgili yapılmış çalışmalara ulaşmak için literatür (Çavuş Erdem, 2013;Dede, vd., 2002; Özarslan, 2010; Soylu, 2008; Şahin, 2012) taraması yapılmıştır. İlgili literatürden, MEB Ortaokulu Matematik Programı 6. ve 7. sınıf kitaplarından ve matematik öğretmenlerinin görüşünden faydalanılarak yaklaşık 20 soru derlenmiştir. Bu 20 soru bu alanda uzman bir akademisyen ve öğretmene verilerek incelemeleri istenmiştir. Bu alanda uzman olan kişilerin görüşleri doğrultusunda soru sayısının fazlalığı, bazı soruların anlaşılır olmaması ve aynı konuda birden fazla soru olması sebebiyle soru sayısı 12'ye indirilerek CBT oluşturulmuştur. CBT'nin geçerliliği için matematik eğitimi alanında uzman üç öğretim üyesi ve iki matematik öğretmenin görüşleri alınmıştır. Ayrıca CBT 'nin dil açısından incelenmesi için bir Türkçe öğretmenin görüşüne başvurulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda CBT 'ne son şekli verilmiştir.

### 2.3.2. Yarı Yapılandırılmış Mülakatlar

Bu çalışmada, ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları hataların nedenlerini belirlemek amacıyla *yarı-yapılandırılmış mülakatlar* yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinde, görüşme yapılan kişileri sabırlı bir şekilde dinleme, onlara değer verme, patronluk eğiliminde olmama, sempati ve anlayış gösterme, onların konuşmak istediklerini dikkate alma gibi imkânlar sağladığından araştırılan kişileri memnun edeceği ileri sürülebilmektedir (Ekiz, 2009). Bu kapsamda, bu olanaklara imkân verdiği için yarı-yapılandırılmış görüşme tekniğinin kullanılması tercih edilmiştir.

Çalışmada, ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları hataların nedenlerini belirlemek amacıyla CBT uygulanmıştır. Uygulanan testlerin sonuçları değerlendirilmiştir. Her öğrencinin bütün cevapları hem araştırmacı hem de iki matematik öğretmeni tarafından kendi içinde karşılaştırılmış, yaptıkları hatalar saptanmıştır. Daha sonra hata yapan öğrenciler belirlenerek gönüllülük esasına bağlı olarak yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu araştırma süreci boyunca görüşme yapılan öğrenci sayısı 48'dir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde not alma yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde yapmış oldukları hataların nedenleri sorulmuş, görüşmenin akışına bağlı olarak alt sorularla öğrenci yanıtlarının ayrıntılarına inilmiştir. Görüşmeler öğrencilerle tek tek uygun zamanlarda öğretmenler odasında 5-10 dakika arası gerçekleştirilmiştir.

### 2.3.3. Doküman İncelemesi

Doküman incelemesi, araştırılan olgu hakkında bilgi içeren yazılı dokümanların analizini içermektedir. Eğitim araştırmalarında doğrudan gözlem ve görüşmenin yapılmasının zor olduğu durumlarda veya araştırmanın geçerliğini artırmak amacıyla gözlem ve görüşmenin yanında kullanılmaktadır. Ayrıca çalışılan araştırma problemine cevap bulabilmek amacıyla yazılı, görsel materyal ve malzemelerden de yararlanılabilir (Şimşek ve Yıldırım, 2011). Bu nedenle ortaokul öğrencilerinin cebirsel



ifadeler konusunda yaptıkları hataların nedenlerini belirlemek amacıyla öğrencilerin matematik defterleri incelenmiştir.

#### 2.4. Verilerin Analizi

Araştırmada nitel veriler kullanılmıştır. CBT'nin öğrencilere uygulanmasından sonra öğrencilerin hatalı cevapları tespit edilmiştir. Bu hatalı cevaplar tespit edildikten sonra araştırmanın amacı doğrultusunda bu hataların nedenleri araştırılmıştır. Bu hataların nedenlerini belirleyebilmek için öğrencilerle mülakatlar yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerin cebirsel ifadelerde yaptıkları hataların nedenlerini gösteren öğrenci cevaplarından alıntılar yapılarak bulgular bölümünde gösterilmiştir. Ayrıca öğrencilerin defterleri de incelenerek hataların nedenleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Mülakatlar yazılı olarak kayıt altına alınmıştır. Sonra mülakatlar incelenerek öğrencinin yaptığı hataların nedenleri tespit edilmiştir. Mülakatlardan elde edilen nitel veriler içerik analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. İçerik analizinde ise temel amaç toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve bağıntılara ulaşmaktır. Betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler, içerik analizinde daha derin bir işleme tabi tutulur ve betimsel bir yaklaşımla farkına varılmayan kavram ve temalar bu analiz sonucu keşfedilebilir. Bu amaçla toplanan verilerin kavramsallaştırılması, daha sonra da ortaya çıkan kavramlara göre düzenlenmesi ve buna göre veriyi açıklayan temaların tespit edilmesi gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

#### 3. Bulgular Ve Yorumlar

Bu bölümde, öğrencilere uygulanan CBT sonucu öğrencilerin yaptıkları hataların nedenlerini belirlemek amacı ile hatalı cevap veren öğrencilerle yapılan mülakatlara, öğrenci cevaplarına ve öğrenci defterlerindeki hatalı cevaplarına yer verilmiştir. Burada, öğrencilerle yapılan mülakatlardan yola çıkarak hata nedenleri saptanmaya çalışılmıştır.

##### 3.1. Birinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a-)  $5x + 8x = ?$  b-)  $4 + 5x + 2x = ?$  c-)  $2x - 3 + x - 7 = ?$ " sorusunun a şıkkına öğrencilerin verdikleri hatalı cevaplar ve bu hatalı cevaplarla ilgili mülakatlara aşağıda yer verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, cebirsel ifadelerle ilgili  $x$  değişkenini çarpma işlemi sembolü ile karıştırma, değişkeni dikkate almama ve değişkenlerdeki toplama işlemi ile yine değişkenlerdeki çarpma işlemlerini birbiri ile karıştırma hatalarının olduğu gözükmektedir. Aşağıda sırasıyla bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

$x$  değişkenini çarpma işlemi ile karıştıran öğrencilerden Ö<sub>25</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

5x+8x=? 40

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin  $x$  değişkenini çarpım sembolü olarak algıladıkları ve toplama işlemindeki + sembolünü ise 8 rakamının işareti olarak algıladıkları görülmüştür. Bu hatanın da öğrencideki aritmetik bilgi eksikliğinden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "40 sonucunu nasıl elde ettin."

Ö<sub>25</sub>: "Burada 5 ile 8'i çarptım ve 40 sonucunu buldum."

Araştırmacı: "Peki neden çarptın bu iki sayıyı?"

Ö<sub>25</sub>: "Çünkü 5 sayısının yanında çarpma işareti var."

Araştırmacı: "Peki ortada da bir + işareti var onu niye kullanmadın?"

Ö<sub>25</sub>: "Çünkü o 8 sayısının işareti de ondan kullanmadım."

Araştırmacı: "Peki 8 sayısının yanında bide  $x$  sembolü var onu neden kullanmadın?"

Ö<sub>25</sub>: "O bilinmeyen o yüzden onu dikkate almadım."

$x$  değişkenini dikkate almayan öğrencilerden Ö<sub>48</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

5x+8x=? 13



Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin  $x$  değişkenini dikkate almadıkları görülmüştür. Yani buradaki öğrencilerin hatalarının nedeni olarak  $x$  değişkenini bilinmeyen olarak görüp ona anlam yükleyemediklerinden kaynaklandığı söylenebilir. Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

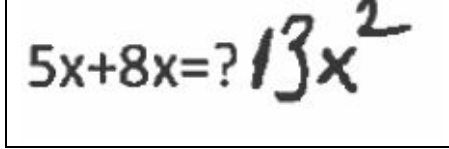
Araştırmacı: " Bu soruda 13 sonucuna nerden vardın?"

Ö<sub>48</sub>: "5 ile 8'i topladım.

Araştırmacı: " Peki 5 ile 8 sayılarının yanında  $x$  sembolü var onu niye kullanmadın?"

Ö<sub>48</sub>: " Burada  $x$  bilinmeyendir o yüzden onu dikkate almadım bilinenler arası işlem yaptım"

Değişkenlerdeki toplama işlemi ile yine değişkenlerdeki çarpma işlemlerini birbiri ile karıştıran öğrencilerden Ö<sub>41</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.


$$5x+8x=? 13x^2$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin kat sayılar arasında işlem yaptıkları ve değişkenler arasında yapılan toplama işlemi ile değişkenler arasında yapılan çarpma işlemi ile karıştırdıkları görülmüştür. Bunun nedeni de yine aritmetiksel işlemlerdeki bilgi eksikliği olduğu söylenebilir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

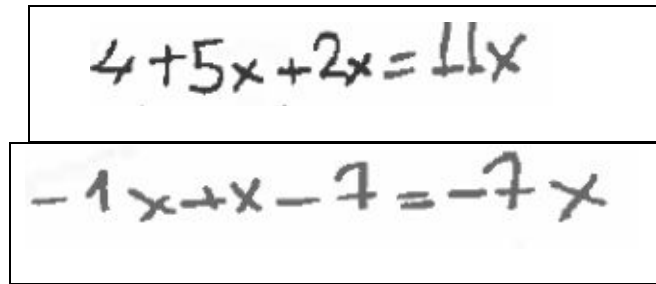
Araştırmacı: " Bu soruda  $13x^2$  sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>41</sub>: "Burada 5 ile 8'in toplamı 13 eder.  $x + x$  işeminin sonucu ise  $x^2$  'dir. Dolayısıyla sonuç  $13 x^2$  'dir."

b)  $4 + 5x + 2x = ?$  ve c)  $2x - 3 + x - 7 = ?$  "şıklarına öğrencilerin verdikleri hatalı cevaplar ve bu hatalı cevaplarla ilgili mülakatlara aşağıda yer verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, cebirsel ifadelerle ilgili  $x$  değişkenini çarpma işlemi sembolü ile karıştırma, değişkeni dikkate almama, değişkenlerdeki toplama işlemi ile yine değişkenlerdeki çarpma işlemlerini birbiri ile karıştırma, farklı birimleri toplama ve cebirsel ifadelerdeki toplama işlemi denkleme dönüştürme hatalarının olduğu gözükmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

Değişkenlerde farklı birimler arası toplama işlemi yapan öğrencilerden Ö<sub>13</sub> adlı öğrencinin cevapları aşağıdaki gibidir.


$$4+5x+2x=11x$$
$$-1x+x-7=-7x$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin birimleri dikkate almadan toplama işlemi yaptıkları görülmüştür. Böyle bir hatanın nedeni öğrencilerin cebirsel bir ifadeyi sonuç olarak görememesi bitirilmesi gereken bir işlem olarak görmesidir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: " Bu soruda  $11x$  ve  $-7x$  sonuçlarına nerden vardın."

Ö<sub>13</sub>: "Burada kat sayıları kendi arasında topladım,  $4+5+2=11$  ve  $2-3+1-7=-7$  sonuçlarını elde ettim.  $x$  değişkenini de aynen sonuca yazdım dolayısıyla  $11x$  ve  $-7x$  sonuçlarını elde ettim."

Cebirsel ifadelerdeki toplama işlemi denkleme dönüştürerek çözüm yapan öğrencilerden Ö<sub>21</sub> adlı öğrencinin cevapları aşağıdaki gibidir.



$$4 + 5x - 2x = 7x + 4 \quad 7x = -4 \quad x = \frac{-4}{7}$$

$$2x - 3 + x - 7 = 3x - 10 \quad 3x = -10 \quad x = \frac{-10}{3}$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki toplama işleminde eşitliğin diğer tarafında 0 rakamı varmış gibi düşündükleri ve buna göre işlem yaptıkları görülmüştür. Yani burada yapılan hatanın nedeni öğrencinin bilinmeyen ile değişken kavramlarını ayırt edememesidir. Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: " Bu soruda  $\frac{10}{3}$  sonucuna nasıl ulaştın?"

Ö<sub>21</sub>: "Burada bilinenleri kendi aralarında bilinmeyenleri kendi aralarında topladım ve bilinenleri tek tek eşitliğin diğer tarafına göndererek bilinmeyeni tek bıraktım böylece sonucu elde ettim"

Öğrencilerin  $x$  değişkenini çarpma işlemi sembolü ile karıştırma, değişkeni dikkate almama, değişkenlerdeki toplama işlemi ile yine değişkenlerdeki çarpma işlemlerini birbiri ile karıştırma gibi hataları 1.sorunun a seçeneğinde de yaptıkları görülmüştür. Bu hataların nedenlerinin de öğrencilerde ki aritmetiksel bilgi eksikliği ve öğrencinin değişkene bir anlam yükleyememesi olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin birinci soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin değişken kavramını anlamlandırmada problem yaşadıkları görülmektedir. Öğrencilerin birinci soruda  $x$  değişkenini çarpma işlemi sembolü ile karıştırma, değişkeni dikkate almama, değişkenlerdeki toplama işlemi ile yine değişkenlerdeki çarpma işlemlerini birbiri ile karıştırma, farklı birimleri toplama ve cebirsel ifadelerdeki toplama işlemini denkleme dönüştürme gibi hatalar yaptıkları görülmüştür. Mülakatlar incelendiğinde de bu hataların nedenlerinin öğrencilerdeki aritmetik bilgi eksikliği, öğrencilerin cebirsel bir ifadeyi sonuç olarak görememesi bitirilmesi gereken bir işlem olarak görmesi, öğrencilerin cebirsel ifadedeki değişkene anlam yükleyememeleri ve öğrencilerin bilinmeyen ile değişken kavramlarını ayırt edememesidir.

Öğrencilerin matematik defterleri incelendiğinde  $x$  değişkenini çarpma işlemi sembolü ile karıştırma, değişkeni dikkate almama, değişkenlerdeki toplama işlemi ile yine değişkenlerdeki çarpma işlemlerini birbiri ile karıştırma ve farklı birimleri toplama gibi CBT deki benzer hataları defterlerinde de yaptıkları görülmüştür.

### 3.2. İkinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"Bir üniversitedeki öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının 7 katıdır. Eğer Ö üniversitedeki öğrencilerin sayısını, P de profesörlerin sayısını gösterirse Ö ve P arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem yazınız." sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevaplar ve nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin yanlış denklem yazma ve Ö ve P değişkenlerinin yerine  $x$  değişkenini kullanma gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

Yanlış denklem yazan öğrencilerden Ö<sub>31</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

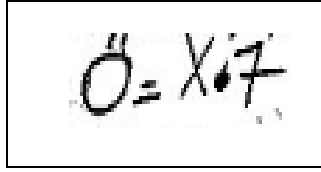
$$7\ddot{O} = P$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrenciler katsayısı büyük olan ifadenin ( $7\ddot{O}$ ) daha büyük olduğunu düşünerek denklemi ters oluşturmuşlardır. Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "  $7\ddot{O}=P$  denklemini nasıl elde ettin?"

Ö<sub>31</sub>: " Bu soruda 7 öğrenciye bir profesör denk gelmektedir. Bundan hareketle  $7\ddot{O}=p$  denklemini elde ettim."

Öve P değişkenlerinin yerine  $x$  değişkenini kullanan öğrencilerden Ö<sub>63</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.



Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin değişken ifadesini  $x$  ifadesi ile özdeşleştirmiş olmasıdır. Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Ö=7  $x$  denklemini nasıl elde ettin?"

Ö<sub>63</sub>: "Öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının 7 katıymış. Biz profesörlerin sayısını bilmiyoruz bu yüzden ona  $x$  deriz dolayısıyla öğrencilerin sayısı 7  $x$  olur. Yani Ö=7  $x$ 'dir."

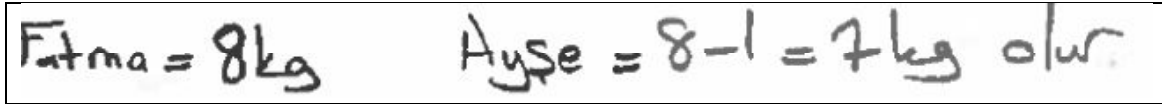
Öğrencilerin ikinci soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin yanlış denklem yazma ve Ö ve P değişkenlerinin yerine  $x$  değişkenini kullanma gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Mülakatlar incelendiğinde de bu hataların nedenlerinin öğrencilerin değişkenler arasında ters ilişki kurması ve kafasında değişken ifadesini  $x$  değişkeni ile özdeşleştirmiş olmasıdır.

### 3.3. Üçüncü Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"Ayşe'nin ağırlığı Fatma'nın ağırlığından 1 kg daha azdır. Fatma'nın ağırlığı  $y$  kg'dır. Ayşe'nin ağırlığı için ne yazabilirsiniz?" sorusuna öğrencilerin verdikleri cevaplardan hatalı olanların nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde  $y$  yerine  $x$  değişkenini kullanma,  $y$  değişkenine sayısal değer verme,  $x$  ve  $y$  değişkenlerini beraber kullanma ve toplama ve çıkarma işlemlerinin karıştırılması gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

$y$  değişkenine sayısal değer veren öğrencilerden Ö<sub>82</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.



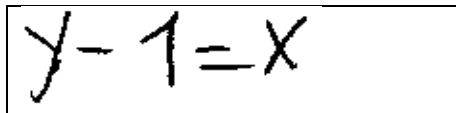
Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin değişkenleri kullanmada ve anlamlandırmada sıkıntı yaşadıklarından böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "7 sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>82</sub>: "Ayşe'nin ağırlığı Fatma'dan bir kg daha azdır, Fatma'ya 8kg dersek Ayşe'nin ağırlığı 7kg olur."

$x$  ve  $y$  değişkenlerini beraber kullanan öğrencilerden Ö<sub>103</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.



Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin soruya ezberci bir yöntemle yaklaştıklarından dolayı böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "  $x = y - 1$  denklemini nasıl kurdun?"

Ö<sub>103</sub>: "Soruda bizden ne isteniyorsa ona  $x$  deriz bizden Ayşe'nin ağırlığı soruluyor ona  $x$  dedim Fatma'dan 1 kg eksikmiş dolayısıyla Ayşe için  $x = y - 1$  deriz."

Toplama ve çıkarma işlemlerini karıştıran öğrencilerden Ö<sub>137</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.



$$y = x - 1$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin okuduğunu anlayamadıklarından dolayı böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Ö<sub>137</sub>: "Soruda Fatma 1kg azmış Ayşe'den dolayısıyla Ayşe'ye  $x$  dersek  $x-1=y$  olur"

Araştırmacı: "Tekrar okur musun soruyu?"

Ö<sub>137</sub>: "Ayşe'nin ağırlığı Fatma'nın ağırlığından 1 kg daha azdır. Fatma'nın ağırlığı  $y$  kg dir. Ayşe'nin ağırlığı için ne yazabilirsiniz? Şimdi anladım öğretmenim Ayşe'ye  $x$  dersek  $x=y-1$  olur."

Öğrencilerin bu soruda yine  $y$  yerine  $x$  değişkenini kullandıkları görülmüştür. Bu hata 2. soruda da yapılmıştır ve nedeninin öğrencilerin değişken ifadesini  $x$  ifadesi ile özdeşleştirmiş olması, olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin üçüncü soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin  $y$  değişkenini kullanabilme konusunda sorun yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin  $y$  yerine  $x$  değişkenini kullanma,  $y$  değişkenine sayısal değer verme  $x$  ve  $y$  değişkenlerini beraber kullanma ve toplama ve çıkarma işlemlerinin karıştırılması gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de öğrencilerin değişkenleri kullanmada ve anlamlandırmada sıkıntı yaşadıklarından, soruya ezberci bir yöntemle yaklaştıklarından, okuduklarını anlayamadıklarından, değişken kavramını  $x$  değişkeni ile özdeşleştirdiklerinden dolayı böyle bir hata yaptıkları tespit edilmiştir.

Öğrencilerin matematik defterleri incelendiğinde verilen değişken yerine  $x$  değişkenini kullanma, verilen değişkene sayısal değer verme ve toplama, çıkarma işlemlerini birbirine karıştırma gibi hataları defterlerinde de yaptıkları görülmüştür.

#### 3.4.Dördüncü Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"Alp Burak'tan  $x$  cm kısadır. Burak 95 cm uzunluğundadır. Alp'in boyunun uzunluğu için ne yazabilirsiniz." sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde bilinenden bilinmeyi çıkarma, toplama ve çıkarma işlemlerini karıştırma,  $x$  yerine sayısal değer verme ve çarpma ve çıkarma işlemlerini karıştırma gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

Bilinmeyenden bilineni çıkaran öğrencilerden Ö<sub>77</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

$$x - 95$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin okuduklarını anlayamadıkları ve soruda ezberci bir yöntem kullandıkları görülmüştür.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: " $x - 95$  denklemini nasıl oluşturdu?"

Ö<sub>77</sub>: "Soruda bizden istenen Alpin boyudur biz buna  $x$  deriz Alp Burak'tan kısalmış dolayısıyla sonuç  $x - 95$  olur."

Çarpma ve çıkarma işlemlerini karıştıran öğrencilerden Ö<sub>15</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

$$95 - x = -95x$$

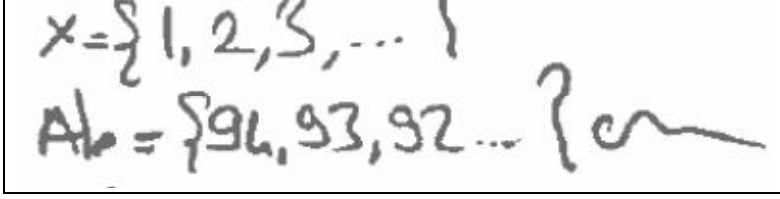
Yapılan mülakatlardan hareketle öğrencilerin işlemin işareti ile sayının işaretini birbirine karıştırdıkları (aritmetiksel bilgi eksikliği) ve bir cebirsel ifadenin sonuç olamayacağını düşündüklerinden dolayı böyle bir hata yaptıkları görülmüştür. Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.



Araştırmacı: " Bu soruda -95x sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>15</sub> : " Sorunun cevabını 95-x olarak buldum 95 sayısının işareti " + "x'in işareti "-, " + " ile "- " de yan yana gelince sonuç " -"eder dolayısıyla sonuç -95x dir"

x değişkenine sayısal değer veren öğrencilerden Ö<sub>101</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.


$$x = \{1, 2, 3, \dots\}$$
$$A = \{94, 93, 92, \dots\}$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin değişkenleri kullanmada sıkıntı yaşadıklarından böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: " Soruda 94,93,92,... sonuçlarına nasıl ulaştın?"

Ö<sub>101</sub> : " Alp'in boyu Burak'tan x cm kısalmış. x, 1de olabilir 2de olabilir 3de olabilir. Dolayısıyla Alp'in boyu içinde 94,93,92,... diyebiliriz. Yani Alp'in boyu 95cm den küçük bütün sayılar olabilir."

Bu soruda öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerini karıştırdıkları görülmüştür. Bu hata 3. soruda da yapılmış olup mülakatlara dayalı olarak nedeninin öğrencilerin okuduğunu anlayamamaları olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin dördüncü soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin bilinenden bilinmeyi çıkarma, toplama ve çıkarma işlemlerini karıştırmaya, x yerine sayısal değer ve çarpma ve çıkarma işlemlerini karıştırmaya gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de öğrencilerin okuduğunu anlayamadıkları ve soruda ezberci bir yöntem kullandıkları, işlemin işareti ile sayının işaretini birbirine karıştırdıkları, geçmişteki aritmetiksel bilgi eksiklikleri ve bir cebirsel ifadenin sonuç olamayacağını düşünmelerinden dolayı böyle bir hata yaptıkları görülmüştür.

### 3.5. Beşinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"Akn İlknur'dan m kg daha hafiftir. Akn'ın ağırlığı 40 kg dır. İlknur'un ağırlığı hakkında ne söyleyebilirsiniz?" sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların nedenleri aşağıda verilmiştir.

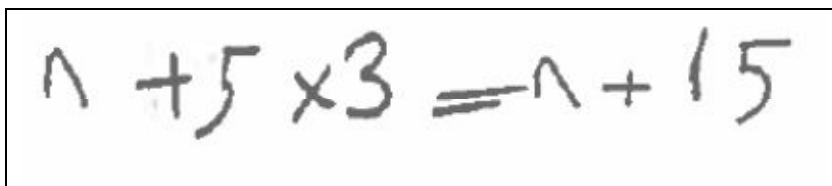
Öğrencilerin cevapları incelendiğinde m değişkeni yerine x değişkenini kullanma, toplama ve çıkarma işlemlerini karıştırmaya, m yerine sayısal değer verme ve bilinenden bilinmeyi çıkarma gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Bu hataların 2., 3. ve 4.sorularda da yapıldığı görülmüştür. Bu hataların nedenlerinin de mülakatlardan hareketle öğrencilerin değişken ifadesini x ifadesi ile özdeşleştirmiş olması, değişkenleri kullanmada ve anlamlandırmada sıkıntı yaşamaları, soruda ezberci bir yöntem kullanmaları ve öğrencilerin okuduklarını anlayamamaları olarak tespit edilmiştir.

### 3.6. Altıncı Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"n bilinmeyen bir sayıya karşılık gelmektedir. Buna göre aşağıdaki ifadeyi matematiksel sembollerle yazınız. n'i 5 ile topla daha sonra 3 ile çarp" sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin parantezi dikkate almadan denklem kurma, toplama ve çarpma işlemlerini karıştırmaya, n değişkeni yerine x değişkenini kullanma ve n yerine sayısal değer verme gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

Parantezi dikkate almadan cebirsel ifadeyi yazan öğrencilerden Ö<sub>45</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.


$$n + 5 \times 3 = n + 15$$



Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin işlem önceliğini bilmedikleri, harfleri kullanırken işlem sırasını dikkate almadan soldan sağa doğru işlem yaptıklarından dolayı böyle bir hata yaptıkları görülmüştür. Bu hatanın nedeni de yine öğrencilerdeki aritmetik bilgi eksikliğidir. Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Soruda  $n+15$  sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>45</sub>: "Soruda  $n+5 \times 3$  isteniyordu  $n$  bilinmeyen zaten bende bilinenleri çarptım ve  $n+15$  sonucunu elde ettim"

Öğrencilerin toplama ve çarpma işlemlerini karıştırma,  $n$  değişkeni yerine  $x$  değişkenini kullanma ve  $n$  yerine sayısal değer verme gibi hataları 2., 3., 4. ve 5. sorularda da yaptığı görülmüştür. Bu tür hataların nedenlerinin de öğrencilerin işlemin işareti ile sayının işaretini birbirine karıştırmaları ve bir cebirsel ifadenin sonuç olamayacağını düşünmeleri, değişken ifadesini  $x$  ifadesi ile özdeşleştirmiş olmaları ve değişkenleri kullanmada ve anlamlandırmada sıkıntı yaşamaları olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin ikinci, dördüncü, beşinci ve altıncı soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin belirli durumlara uygun cebirsel ifadeyi yazabilme konusunda sorun yaşadıkları görülmüştür.

Öğrencilerin altıncı soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin parantezi dikkate almadan denklem kurma, toplama ve çarpma işlemlerini karıştırma,  $n$  değişkeni yerine  $x$  değişkenini kullanma ve  $n$  yerine sayısal değer verme gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de öğrencilerin işlem önceliğini bilmediklerinden (aritmetik bilgi eksikliği), öğrencilerin işlemin işareti ile sayının işaretini birbirine karıştırmalarından ve bir cebirsel ifadenin sonuç olamayacağını düşünmelerinden, öğrencilerin değişken ifadesini  $x$  değişkeni ile özdeşleştirmelerinden ve değişkene anlam verememelerinden dolayı böyle hatalar yaptıkları tespit edilmiştir.

### 3.7. Yedinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"Herhangi bir sayının dört fazlasının  $1/5$ 'nin üç eksiği 5'e eşittir, ifadesine karşılık gelen denklemi yazınız." sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, öğrencilerin değer vererek sonuca ulaşmaya çalışma, toplama ve çarpma işlemlerini karıştırma ve işlem önceliğini dikkate almama gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

Değer vererek sonuca ulaşmaya çalışan öğrencilerden Ö<sub>123</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

$$\frac{4+4}{5} - 3 - 5$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin bir değişken kullanarak denklem kurmada sıkıntı yaşadıklarından, ana dillerini matematik diline dönüştüremediklerinden dolayı böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Bu soruda  $\frac{4+4}{5} - 3 = 5$  sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>123</sub>: "Herhangi bir sayının diyor biz sayıyı bilmiyoruz o yüzden 4 değerini verdim 4 fazlasının  $5/1$ 'ini aldım ve üç çıkardım sonucu beşe eşitleyerek denklemi kurdum"

Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerini karıştırma ve işlem önceliğini dikkate almama gibi hataları 4. ve 6. sorularda da yapılmış ve nedenlerinin de öğrencilerin işlemin işareti ile sayının işaretini birbirine karıştırmaları ve bir cebirsel ifadenin sonuç olamayacağını düşünmeleri, öğrencilerdeki aritmetik bilgi eksikliği olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin yedinci soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin değer vererek sonuca ulaşmaya çalışma, toplama ve çarpma işlemlerini karıştırma ve işlem önceliğini dikkate almama gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de bu hataların nedenlerinin öğrencilerin bir değişken kullanarak denklem kurmada sıkıntı yaşamaları,



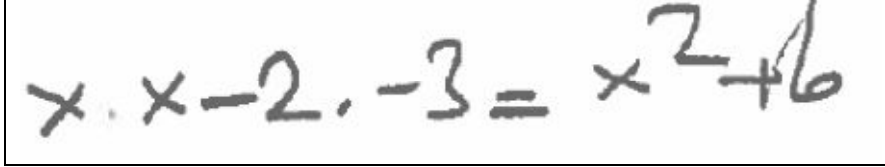
öğrencilerin işlemin işareti ile sayının işaretini birbirine karıştırmaları ve bir cebirsel ifadenin sonuç olamayacağını düşünmeleri, ve öğrencilerdeki aritmetiksel bilgi eksikliği olarak tespit edilmiştir.

### 3.8. Sekizinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

" $(x - 2) \cdot (x - 3)$  ifadesini en sade şekilde yazınız." sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapları aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, bilinenleri bir bilinmeyenleri bir çarpma, bilinenleri bir, bilinmeyenleri bir toplama ve değişkenleri dikkate almama gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

Bilinenleri bir bilinmeyenleri bir çarpan öğrencilerden Ö<sub>3</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.


$$x \cdot x - 2 \cdot -3 = x^2 + 6$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar incelendiğinde öğrencilerin parantez kullanımını göz ardı ettiklerinden ve işlemlerin yeri veya sırası değiştiğinde sonucun değişmeyeceğini düşündüklerinden dolayı böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir. Bunun kaynağı da aritmetiksel işlemlerdeki bilgi eksikliğidir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Bu soruda  $^2+6$  sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>3</sub> : "Soruda birbirine benzeyen ifadeleri kendi aralarında çarptım. Yani bilinenle bilineni, bilinmeyenle bilinmeyeni çarptım."

Bilinenleri bir, bilinmeyenleri bir toplayan öğrencilerden Ö<sub>48</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.


$$2x - 5$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar incelendiğinde öğrencilerin verilen işlem ile sayıların işaretlerini birbirine karıştırdıkları için böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir. Yine bunun kaynağı da aritmetiksel işlemlerdeki bilgi eksikliğidir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Bu soruda  $2 - 5$  sonucuna nasıl ulaştın?"

Ö<sub>48</sub> : "Verilen işlemde 'leri topladım 2 oldu, -2 ile -3 de topladım -5 oldu. Dolayısıyla sonuç  $2 - 5$  oldu."

Araştırmacı: "Neden 'leri topladın?"

Ö<sub>48</sub> : "Çünkü 'in önünde yazsakta yazmasakta artı işareti var o yüzden topladım bende."

Değişkeni dikkate almadan işlem yapan öğrencilerin aynı hatayı 1. sorunun a. b ve c şıkında da yaptığı görülmüştür. Bu hata nedenlerinin de değişkenini bilinmeyen olarak görüp ona anlam yükleyememeleri olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin sekizinci soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin bilinenleri bir bilinmeyenleri bir çarpma, bilinenleri bir, bilinmeyenleri bir toplama ve değişkenleri dikkate almama gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de bu hataların nedenlerinin öğrencilerdeki aritmetiksel bilgi eksikliği ve öğrencilerin değişkene bir anlam yükleyememesi olduğu tespit edilmiştir.

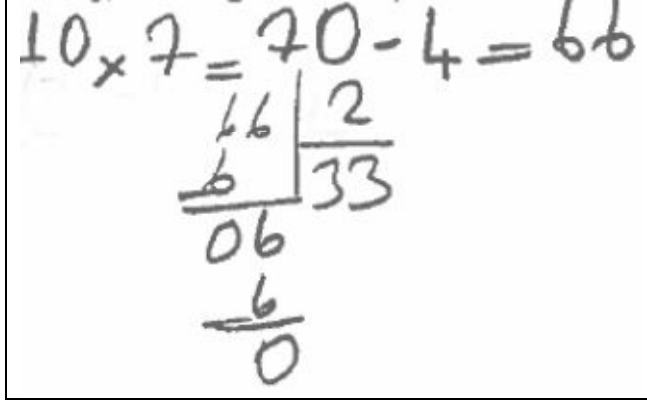
### 3.9. Dokuzuncu Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"Bir sayı tutunuz. Bu sayıyı 7 ile çarpınız, bulduğunuz sayıdan 4 çıkarınız ve elde ettiğiniz sonucu 2 ye bölünüz. Bulduğunuz sonuç, tuttuğunuz sayının 2 katı olduğuna göre tuttuğunuz sayı nedir?" sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, bilinmeyene değer verme ve sadece sorudaki sayıları kullanma gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve

bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

Bilinmeyene değer veren öğrencilerden Ö<sub>71</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.



The image shows a student's handwritten work for the problem  $10 \times 7 = 70 - 4 = 66$ . Below this, there is a vertical calculation:  $\begin{array}{r} 66 \\ \underline{6} \\ 06 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$  with a vertical line to the right of the numbers, and the number 2 written above the line, and 33 written to the right of the line.

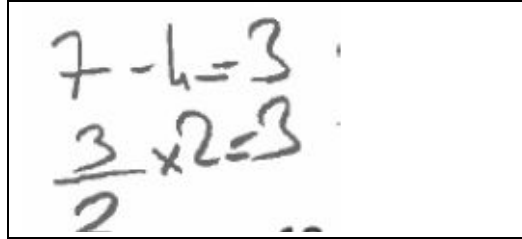
Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin bir değişken kullanarak denklem kurmada sıkıntı yaşadıkları için böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir. Aynı hatanın 7. soruda da yapıldığı görülmüştür.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Burada 33 sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>71</sub> : " Burada bir sayı tutunuz diyor bende bir sayı tuttum 7 ile çarptım, 4 çıkarttım ve 2'ye böldüm bulduğum sonuç tuttuğum sayının 2 katı çıkmadı bende tek tek sayı tutarak denedim"

Sadece sorudaki sayıları kullanan öğrencilerden Ö<sub>129</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.



The image shows a student's handwritten work for the problem  $7 - 4 = 3$ . Below this, there is a vertical calculation:  $\begin{array}{r} 3 \\ \underline{2} \\ 2 \end{array}$  with a vertical line to the right of the numbers, and the number 2 written above the line, and 3 written to the right of the line.

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin soruyu denkleme dökemediklerinden dolayı ve verilene uygun cebirsel ifadeyi yazamadıklarından dolayı böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir,

Araştırmacı: "Bu soruda 3 sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>129</sub> : "Soruda ilk verilen rakam 7 bende ona göre işlemleri yaptım."

Öğrencilerin dokuzuncu soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin bilinmeyene değer verme ve sadece sorudaki sayıları kullanma gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de yapılan bu hataların nedenleri öğrencilerin bir değişken kullanarak denklem kurmada sıkıntı yaşamaları ve verilene uygun cebirsel ifadeyi yazamamaları olarak belirlenmiştir.

### 3.10. Onuncu Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

"-3 +5= 20 İfadesindeki değerini bulunuz." sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, çarpım durumundaki sayıyı eşitliğin diğer tarafına geçirirken işaretini değiştirme, çarpım durumundaki sayıyı eşitliğin diğer tarafına toplama veya çıkarma işlemi olarak geçirme, "+" durumundaki sayıyı eşitliğin karşısına geçirirken işaretini değiştirmeme gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.



Çarpım durumundaki sayıyı eşitliğin diğer tarafına geçirirken işaretini değiştiren öğrencilerden Ö<sub>149</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

$$-3x + 5 = 20 \quad -3x = 15 \quad x = \frac{15}{-3} = 5$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar öğrencilerin soruyu ezberci bir yöntemle çözdüklerinden ve aşırı genelleme yaptıklarından dolayı böyle bir hata yaptıklarını göstermektedir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "5 sonucuna nasıl ulaştın?"

Ö<sub>149</sub>: "Bir denklemde bilinenler eşitliğin diğer tarafına işlemin tersi olarak geçer. Dolayısıyla bu soruda da +5 sayısı eşitliğin diğer tarafına -5 olarak geçer, çarpım durumundaki -3 sayısı ise karşı tarafa hem bölme işlemi olarak hem de eksinin tersi artı işareti olduğu için bölü +3 olarak geçer. Buradan hareketle  $20 - 5 / 3 = 5$  sonucunu elde ettim."

Çarpım durumundaki sayıyı eşitliğin diğer tarafına toplama veya çıkarma işlemi olarak geçiren öğrencilerden Ö<sub>7</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

$$-3x = 20 - 5 \quad -3x = 15 + 3 \quad x = 18$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre diğer mülakatlara benzer olarak öğrencilerin verilen denklemde bilinenleri eşitliğin karşı tarafına geçirirken sıkıntı yaşadıkları için ve işlemin işareti ile rakamların işaretlerini birbirine karıştırdıkları için böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Soruda 18 sonucunu nasıl elde ettin?"

Ö<sub>7</sub>: "Burada x değişkenini yalnız bırakmak için +5 sayısını eşitliğin diğer tarafına -5 olarak geçirdim, -3 sayısını da yine eşitliğin diğer tarafın +3 olarak geçirdim. Dolayısıyla  $20 - 5 + 3 = 18$  sonucunu elde ettim"

"+" durumundaki sayıyı eşitliğin karşısına geçirirken işaretini değiştirmeyen öğrencilerden Ö<sub>84</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

$$-3x + 5 = 20 \quad -3x = 20 + 5 = 25 \quad x = 25 - 3 = 22$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin eşitlik kavramını terazi kavramı gibi düşünemediklerinden dolayı böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Bu soruda 22 sonucuna nasıl ulaştın?"

Ö<sub>84</sub>: "Verilen soruda x'i tek bıraktım. Dolayısıyla 20 ile 5'i topladım bundan da 3'ü çıkarttım 22 sonucunu elde ettim."

Öğrencilerin onuncu soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin çarpım durumundaki sayıyı eşitliğin diğer tarafına geçirirken işaretini değiştirme, çarpım durumundaki sayıyı eşitliğin diğer tarafına toplama veya çıkarma işlemi olarak geçirme ve "+" durumundaki sayıyı eşitliğin karşısına geçirirken işaretini değiştirmedeği görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de bu hataların nedenlerinin öğrencilerin soruyu ezberci bir yöntemle çözmeleri ve aşırı genelleme yapmaları, öğrencilerin verilen denklemde bilinenleri eşitliğin karşı tarafına geçirirken sıkıntı yaşamaları ve işlemin işareti ile rakamların işaretlerini birbirine karıştırmaları, öğrencilerin eşitlik kavramını terazi kavramı gibi düşünememeleridir.



Öğrencilerin matematik defterleri incelendiğinde öğrencilerin çarpım durumundaki sayıyı eşitliğin diğer tarafına geçirirken işaretini değiştirme, çarpım durumundaki sayıyı eşitliğin diğer tarafına toplama veya çıkarma işlemi olarak geçirme ve "+" durumundaki sayıyı eşitliğin karşısına geçirirken işaretini değiştirmeme gibi hataları defterlerinde de yaptıkları görülmüştür.

### 3.11. On Birinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

" $2 \cdot x + 1 = \cdot x + 3x$  kaçtır?" sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde,  $x$ 'e değer verme,  $x$  değişkenini dikkate almama ve toplam durumundaki sayıları eşitliğin diğer tarafına geçirirken işaretini değiştirmeme gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Bu tür hataların 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9 ve 10. sorularda da yapıldığı görülmüştür. Bu tür hataların nedenlerinin de öğrencileri değişkene anlam yükleyememeleri ve eşitlik kavramını terazi kavramı gibi düşünememeleri olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin on birinci soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin  $x$ 'e değer verme,  $x$  değişkenini dikkate almama ve toplam durumundaki sayıları eşitliğin diğer tarafına geçirirken işaretini değiştirmeme gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de bu hataların nedenleri öğrencinin cebirsel ifadedeki değişkene bir anlam yükleyememesi ve öğrencilerin eşitlik kavramını terazi kavramı gibi düşünememesidir.

### 3.12. On İkinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

" $5x - 7x = 8$  için denklemin sonucu kaçtır?" sorusuna öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların nedenleri aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde,  $x$ 'e verilen değeri denklemin sonucu olarak yazma ve denklemin çözme,  $5x$  ifadesini iki basamaklı sayı olarak düşünme gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Aşağıda bu öğrenci hataları ile ilgili öğrenci cevaplarına ve bu hataların nedenlerini araştırmak için öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

$5x$  ifadesini iki basamaklı sayı olarak düşünen öğrencilerden Ö<sub>53</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

$$58 - 7 = 51$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin harflerin basamak değerinin olduğu düşündükleri için böyle bir hata yaptıkları görülmüştür. Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir,

Araştırmacı: "Bu soruda 51 sonucunu nasıl buldun?"

Ö<sub>53</sub>: "Bu soruda  $x$  yerine 8 yazdım oluşan 58 sayısından da 7 sayısını çıkardım."

$x$ 'e verilen değeri denklemin sonucu olarak düşünen öğrencilerden Ö<sub>99</sub> adlı öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} 5x - 7 &= 8 + 7 \\ 5x &= 15 & x &= \frac{15}{5} = 3 \end{aligned}$$

Bu hatayı yapan öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin verilen denklemde denklemin sonucu ile  $x$  değişkeninin değerini birbirine karıştırdıkları için böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir.

Bununla ilgili öğrenci görüşü aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: "Soruda 3 sonucuna nasıl ulaştın?"

Ö<sub>99</sub>: "Ben bu denklemi çözebilmek için yani bilinmeyeni bulmak için denklemi 8'e eşitledim. Ve bilinmeyeni yani  $x$  değişkenini tek bıraktım ve 3 sonucunu elde ettim"



Öğrencilerin on ikinci soruya vermiş oldukları cevaplardan elde edilen kodlar dikkate alındığında öğrencilerin  $x$ 'e verilen değeri denklemin sonucu olarak yazma ve denklemini çözme,  $5x$  ifadesini iki basamaklı sayı olarak düşünme gibi hatalarının olduğu görülmektedir. Yapılan mülakatlar incelendiğinde de bu hataların nedenlerinin öğrencilerin harflerin basamak değerinin olduğu düşünceleri ve öğrencilerin verilen denklemde denklemin sonucu ile  $x$  değişkeninin değerini birbirine karıştırmalarıdır.

Öğrencilerin matematik defterleri incelendiğinde öğrencilerin kat sayı ve değişkenden oluşan bir cebirsel ifadeyi iki basamaklı sayı olarak düşünüp işlem yaptıkları görülmüştür.

#### 4. Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde, 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları hataların nedenlerinin incelemesi amacıyla, araştırmadan elde edilen bulgular literatür ışığında tartışılmış ve araştırmanın sonuçlarına dayalı olarak çeşitli öneriler sunulmuştur.

Öğrencilere uygulanan CBT'nin 1. sorunun a şıkkı incelendiğinde öğrencilerin  $x$  değişkenini çarpım sembolü olarak gördükleri ve işlem işareti ile sayıların işaretlerini birbirine karıştırdıkları görülmüştür. Benzer hata aynı sorunun b ve c şıklarında da yapılmıştır. Öğrenciyle yapılan mülakat sonucunda bu hatanın nedeninin öğrencilerin aritmetiksel işlemlerdeki bilgi eksikliğinden kaynaklandığı görülmüştür. Öğrencilerin çoğunun, aritmetik işlem bilgilerinde eksiklerinin olduğunu ve bu öğrencilerin cebiri anlamadaki zorluklarının çoğunun da, aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını belirten pek çok araştırma mevcuttur (Gray ve Tall, 1994; Livneh ve Linchevski, 1999; Schappelle ve Philipp, 1999, Dede, ve diğerleri (2002)).

Aynı soruda yapılan başka bir hata ise öğrencilerin değişkeni dikkate almadan işlem yapmış olmasıdır. Benzer hatanın 1. sorunun b ve c şıklarında ve 8. ve 11. sorularda da yapıldığı görülmüştür. Böyle bir hatanın nedeni ise öğrencinin işlem içindeki değişkene bir anlam yükleyememiş olmasıdır. Dolayısıyla öğrenci değişkeni görmezden gelmiştir. Kieran (1984), çalışmasında bu hatayı 'tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi' şeklinde yorumlamıştır. Bu şekilde öğrenci, tanıdık olmayan denklemini, bildiği bir denkleme dönüştürerek çözer ve böylece zorluklardan kaçınmış olur (Oktaç, 2009). Dede, ve diğerleri (2002) de çalışmalarında öğrencilerin değişken ifadesinin ne anlama geldiğini bilmediklerini ve bu ifadenin ne işe yaradığını anlamadıklarını söylemiştir. Benzer olarak Kieran'da (1992) öğrencilerin cebirde kullanılan harfleri anlayamamalarının cebirde sıkıntı yaşamalarına sebep olduğunu belirtmiştir.

CBT'nin birinci sorusunun b ve c şıkları incelendiğinde a şıklarında yapılan hatalardan farklı olarak öğrencilerin aynı olmayan birimleri topladıkları görülmüştür. Yapılan mülakatlar incelendiğinde bu hatanın nedeninin öğrencilerin cebirsel bir ifadeyi sonuç olarak görememesi ve bitirilmesi gereken bir işlem olarak görmesidir. Yani öğrenciye göre  $4+7x$  bir sonuç olamaz bitirilmesi gereken bir işlemdir. Dolayısıyla öğrenci aradaki toplama işlemini de yaparak  $11x$  sonucuna ulaşmayı ister. Bu bulgular yapılan diğer araştırmalarla da tutarlılık göstermektedir. (Kieran, 1992; Oktaç, 2009; Tirosh, Even ve Robinson, 1998).

Bu soruda yapılan diğer bir hata ise öğrencilerin soruda verilen cebirsel ifadelerdeki toplama işlemini denkleme dönüştürerek çözmeleridir. Yapılan mülakatlardan hareketle bunun nedeni olarak öğrencinin bilinmeyen ile değişken kavramlarını ayırt edememesidir. Cebirde harfler bazen bilinmeyen olarak kullanılırken bazen de aynı harf değişken olarak kullanılmaktadır. Öğrenciler harfleri sadece denklem çözerken bilinmeyen olarak kullanmaya alıştıkları için harfler değişken olarak kullanıldığında anlayamamaktadırlar (Akkaya ve Durmuş, 2006).

CBT'nin ikinci sorusu incelendiğinde öğrencilerin denklemini yanlış kurdukları görülmüştür. Yapılan mülakatlar incelendiğinde böyle bir hatanın nedeni öğrencilerin katsayısı büyük olan ifadenin ( $7Ö$ ) daha büyük olduğunu düşünerek  $7Ö=P$  şeklinde denklemini ters oluşturmalarıdır. Rosnick, (1981, s.419)' in çalışması bunu destekler niteliktedir. Benzer olarak Çavuş Erdem'in (2013) araştırması da bunu destekler niteliktedir. Bu iki çalışmada da benzer sorular öğrencilere yöneltilmiş ve benzer cevaplar elde edilmiştir.

Aynı soruda yapılan diğer bir hatada verilen değişkenler yerine  $x$  değişkenini kullanılmasıdır. Aynı hatanın öğrenciler tarafından 3., 5. ve 6. soruda da yapıldığı görülmüştür. Yapılan mülakatlardan hareketle bu tür hataların nedeninin ise öğrencilerin değişken ifadesini  $x$  ifadesi ile özdeşleştirmiş olmasıdır. Dede ve diğerleri de (2002) çalışmalarında öğrencilerin değişkenin farklı kullanımlarını bilmediklerini ve değişken kavramı yardımıyla genelleme ve soyutlama yapamadıklarını söylemiştir. Ayrıca cebirde kullanılan harfler, sözel simgeler ve değişkenlerin çoklu gösterimleri öğrencilere karmaşık ve anlaşılmaz gelmektedir (Schoenfeld ve Arcavi 1988, Wagner, 1983).

CBT'nin üçüncü sorusu incelendiğinde öğrencilerin  $y$  değişkenine sayısal değer verdikleri görülmüştür. Aynı hatanın 4., 5., 6. ve 11. sorularda da yapıldığı görülmüştür. Yapılan mülakatta da öğrenci Fatma'nın ağırlığına  $8 \text{ kg}$  dersek Ayşe'nin ağırlığı  $8-1=7 \text{ kg}$  olur şeklinde bir cevap vermiştir. Buda



öğrencinin değişkeni kullanmada ve anlamlandırmada sıkıntı yaşadığını göstermektedir. Küchemann (1981), öğrencilerin cebirsel harfleri yorumlamadaki hatalarını, öğrencilerin harflere keyfi değerler vermeleri veya harflerin bir varlığın ismini temsil ettiğini düşünmeleri, harfleri görmezden gelmeleri ve denklemlerde harfleri genelleştirilmiş sayılar gibi veya özel bilinmeyen sayılar gibi kullanmaları olarak belirlemiştir. Bu da mevcut çalışmamızı desteklemektedir.

Aynı soru incelendiğinde öğrencilerin  $x$  ve  $y$  değişkenlerini beraber kullandıkları görülmüştür. Yani soruda  $x$  değişkeni verilmemişken öğrencinin  $x$  değişkenini denkleme dahil ettiği görülmüştür. Mülakatlar da öğrenci “bizden istenene  $x$  deriz” şeklinde bir cümle kurmuştur. Öğrenci kafasında bilinmeyen kavramını direk  $x$  değişkeni ile özdeşleştirmiştir ve bu değişkenle denklemini kurmayı tercih etmiştir. Bu da gösteriyor ki böyle bir hatanın nedeni öğrencilerin konuyu anlayarak öğrenmemesi, soruya ezberci bir yöntemle yaklaşmış olmasıdır.

CBT'nin dördüncü sorusu incelendiğinde öğrencilerin bilinmeyenden bilineni çıkardıkları görülmüştür. Aynı hatanın beşinci soruda da yapıldığı görülmüştür. Yapılan mülakatlar da öğrenci “Bizden istenen Alp'in boyudur bizde buna  $x$  deriz” şeklinde bir cümle kurmuştur. Bu da gösteriyor ki bu hatanın birinci nedeni öğrencinin ezberci bir yöntemle soruya yaklaşmış olmasıdır. Mülakatın devamında öğrenci “Alp Burak'tan kısaymış dolayısıyla sonuç  $x -95$  olur” diyor. Halbuki soruda Burak'ın Alp'ten kısa olduğu yazıyor. Bu da hatanın ikinci nedenini yani öğrencinin okuduğunu anlayamadığını gösteriyor.

Aynı soruda öğrencilerin çarpma ve çıkarma işlemlerini de karıştırdıkları görülmüştür. Benzer bir hatanın 6. ve 7. soruda da yapıldığı görülmüştür. Yapılan bu hatanın birinci nedeni öğrencinin bir cebirsel ifadenin sonuç olamayacağını düşünmesidir. Çünkü yapılan mülakatta öğrenci sonucu  $95-x$  olarak bulduğunu söylüyor fakat işlemi yapmaya devam ediyor. Sfard (1995, s. 16), çalışmasında da bu yönde veriler elde etmiştir. Bu hatanın ikinci nedeni ise öğrencilerdeki aritmetiksel bilgi eksikliğidir. Çünkü yapılan mülakatta öğrencinin işlemin işareti ile sayının işaretini birbirine karıştırdığı görülmüştür. Öğrencilerin aritmetikteki yanlış ve yetersiz öğrenmeleri cebirsel düşünme süreçlerini olumsuz etkilemektedir (Booth, 1988; Kieran, 1992; Kuchemann, 1978).

CBT'nin altıncı sorusu incelendiğinde ise öğrencilerin parantezi dikkate almadan cebirsel ifadeyi yazdıkları görülmüştür. Yapılan mülakatlardan da öğrencilerin işlem önceliğini bilmedikleri, harfleri kullanırken işlem sırasını dikkate almadan soldan sağa doğru işlem yaptıklarından dolayı böyle bir hata yaptıkları görülmüştür. Benzer bir hatanın yedinci soruda da yapıldığı görülmüştür. Bu bulgular, yapılan diğer araştırmalarla da tutarlılık göstermektedir (Booth, 1988). Ersoy ve Erbaş (1998) çalışmalarında, “Matematikte işlemler, her zaman soldan sağa doğru yapılır” hatasını olası bir kavram yanlışlığı olarak tanımlamaktadır. Aynı şekilde Bayar (2007) ve Baysal (2010) çalışmalarında, aynı yanlışlığı tespit etmişlerdir.

CBT'nin yedinci sorusu incelendiğinde öğrencilerin değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Benzer hatanın 9. soruda da yapıldığı görülmüştür. Yapılan mülakatlardan öğrencilerin bir değişken kullanarak denklem kurmada sıkıntı yaşadıklarından, ana dillerini matematik diline dönüştüremediklerinden (bir değişken kullanarak bir problemi ifade edemediklerinden) dolayı böyle bir hata yaptıkları görülmüştür. Bu durum daha önce yapılan araştırma sonuçlarını destekler niteliktedir (Baysal, 2010; Çavuş Erdem, 2013; Stacey ve McGregor, 2000).

CBT'nin sekizinci sorusu incelendiğinde öğrencilerin bilinenleri bir bilinmeyenleri bir çarptığı görülmüştür. Mülakatlar incelendiğinde bu hatanın nedeninin öğrencilerin parantez kullanımını göz ardı etmeleri ve işlemlerin yeri veya sırası değiştiğinde sonucun değişmeyeceğini düşünmeleridir. Booth (1988) çalışması da bunu destekler niteliktedir. Yine bunun temelinde de aritmetiksel bilgi eksikliği vardır diyebiliriz. Öğrencilerin değişken kavramını anlamadaki zorluklarının çoğunun cebirsel bilgi eksikliğinden ziyade aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını ortaya koyan birçok araştırma da mevcuttur (Gray ve Tall, 1994; Linchevski ve Livneh, 1999).

Testin aynı sorusunda öğrencilerin bilinenleri bir, bilinmeyenleri bir topladıkları görülmüştür. Oysa ki verilen soruda öğrencilerin dağılma özelliğini kullanarak çarpma işlemi yapması istenmiştir. Mülakatlar incelendiğinde de öğrencilerin çarpma işlemini ihmal ederek sayıların ve bilinmeyenlerin işaretlerini işlem işareti olarak kabul ettikleri görülmüştür. Bu da öğrencilerin işlemin işareti ile sayıların işaretlerini birbirine karıştırdıkları için böyle bir hata yaptıklarını gösterir. Yine bunun kaynağı da aritmetiksel işlemlerdeki bilgi eksikliğidir. Ayrıca bu hatanın nedeninin “bilinenler kendi arasında bilinmeyenler kendi arasında toplanır” aşırı genellemedir. Nickson (2004) ilköğretimde cebirin öğrenciler tarafından tam manasıyla öğrenimi için aritmetik öğretimi ve öğreniminin şart olduğunu söylemiştir. Çünkü ilköğretimde öğretilen aritmetik bilgilerin çoğu cebir için temeldir. Benzer olarak Baroudi (2006) de öğrencilerin alt sınıflarda aritmetik öğrenmelerinin daha üst sınıflarda cebir öğrenmelerine kolaylık sağladığını söylemiştir.





Onuncu soruda yapılan hata öğrencilerin bilinmeyen katsayısını toplam durumunda algılamasıdır. Yapılan mülakatlarda öğrencilerin verilen denklemde bilinenleri eşitliğin karşı tarafına geçirirken sıkıntı yaşadıkları için ve işlemin işareti ile rakamların işaretlerini birbirine karıştırdıkları için böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir. Daha önce yapılan araştırmalarda, benzer hatalar tespit edilmiştir (Hall, 2002; Sleeman, 1984). Yapılan diğer bir hata ise öğrencilerin "+" durumundaki sayıyı eşitliğin karşısına geçirirken işaretini değiştirmemesidir. Aynı hata 11. soruda da yapılmıştır. Bu hatanın nedeni ise öğrencilerin eşitlik kavramını terazi kavramı gibi düşünememeleridir. Daha önce yapılan araştırmalarda, benzer hatalar tespit edilmiştir (Ertekin, 2002; Bayar, 2007; Çavuş Erdem, 2013; Kieran, 1992; Vlassis, 2001).

CBT'nin on ikinci sorusu incelendiğinde öğrencilerin  $x$ 'e verilen değeri denklemin sonucu olarak kabul edip denklemi çözdükleri görülmüştür. Yapılan mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin verilen denklemde denklemin sonucu ile  $x$  değişkeninin değerini birbirine karıştırdıkları için böyle bir hata yaptıkları gözlenmiştir. English ve Halford (1995) yaptıkları çalışmada, cebirde aynı harfin hem bilinmeyen hem de değişken olarak kullanılması bu iki kavramın öğrenciler tarafından karıştırılmasına neden olduğunu söylemiştir. Araştırmanın bulguları diğer araştırmaları da destekler niteliktedir (Akgün, 2007; Dede, vd., 2002; English ve Halford, 1995; Soylu, 2008).

Aynı soruda öğrencilerin  $5x$  ifadesini iki basamaklı sayı (58) olarak düşündükleri görülmüştür. Yapılan mülakatlar incelendiğinde öğrencilerin harflerin basamak değerinin olduğu düşündükleri için böyle bir hata yaptıkları görülmüştür. Bu bulgu diğer araştırmalarla tutarlılık göstermektedir (English and Halford, 1995; Perso, 1992).

Sonuç olarak, öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar ve yapılan mülakatlar incelendiğinde, öğrencilerin cebirsel ifadelerde işlem yapma, soruya uygun cebirsel ifadeyi yazma, denklem kurma ve verilen denklemi çözüme gibi konularda sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Bu sıkıntılarda birtakım hataların oluşmasına sebep olmuştur. Bu hatalar değişkeni dikkate almama veya değişkene yanlış anlamlar yükleme, cebirsel ifadelerdeki farklı birimleri toplama veya verilen toplama işlemini denkleme dönüştürerek çözüme, aritmetiksel hatalar, verilen değişkenleri kullanmak yerine sürekli  $x$  değişkenini kullanma, değişkene ya da bilinmeyene değer verme, yanlış denklem kurma veya verilen denklemi yanlış çözmedir. Bu hatalar üzerine yapılan mülakatlar incelendiğinde de bu hataların nedenlerinin; öğrencilerin değişkenlere anlam yükleyememeleri, öğrencilerin aritmetiksel bilgi eksikliklerinin olması, öğrencilerin değişken kavramını  $x$  değişkeni ile özdeşleştirmiş olmaları, öğrencilerin cebirsel ifadeler ve denklemler konusunu tam anlayarak öğrenmemeleri dolayısıyla ezberci yöntemle sorulara yaklaşmaları ve öğrencilerin okuduklarını anlayamamaları olduğu tespit edilmiştir.

## 5. Öneriler

Bu çalışma sonunda, yukarıdaki araştırma sonuçlarına bağlı olarak aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur.

1. Matematik programında öğrencilerin cebirsel ifadeler konusunu ezbere öğrenmeleri yerine kavramsal öğrenmelerini sağlamak, öğrencilerin deneyimlerini artırmak ve öğrencilerin problem çözme sürecinde probleme uygun denklem kurabilmesi için çözülen problem sayısını ve çeşidini artırmak için cebirsel ifadeler konusunun öğretimine ayrılan süre artırılmalıdır.
2. Öğrencilerin değişken kavramını belli sembollerle veya harflerle sınırlandırmalarını önlemek için harf sembollerinin farklı kullanımlarının olduğunu ve buldukları duruma göre farklı anlamlar kazanabileceğini yani bir harfin yeri geldiğinde sabit yeri geldiğinde ise değişken olduğu fazla sayıda örnek çözümlerle öğrencilere gösterilmelidir.
3. Bu araştırma 7. sınıf öğrencilerinden toplam 150 kişiden elde edilen verilerle yapılmıştır. Değişik sınıf düzeyleri ve daha büyük bir örneklemle bu konu ile ilgili çalışmalar yapılabilir.
4. Araştırmada uygulanan CBT ile ilgili öğretmen görüşlerini inceleyen bir çalışma yapılabilir.
5. Öğrencilerin sadece cebirsel sözel problemlere uygun denklemi kurmada yaptıkları hataların nedenlerini derinlemesine inceleyen bir araştırma yapılabilir

## KAYNAKÇA

- Akgün, L. (2007). *Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fak. Dergisi*, 31, 1-12.
- Baroudi, Z. (2006). Easing students' transition to algebra. *Australian Mathematics Teacher*, 62(2), 28-33.
- Bayar, H. (2007). *I. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Konusundaki Öğrenci Hatalarının Analizi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.



- Baysal, F.K. (2010). *İlköğretim Öğrencilerinin (4-8. Sınıf) Cebir Öğrenme Alanında Oluşturdıkları Kavram Yanılgıları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Sosyal Bilimler Enstitüsü, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford, ve A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra K-12*, (pp. 20-32). VA: Yearbook. Reston.
- Brizuela, B., Carraher, D. and Schliemann, A. (2000). Mathematical Notation to Support and Further Reasoning ("to help me think of something"). *Symposium Presentation NCTM Research Pre-session Meeting*, Chicago, IL.
- Brown, S. I. ve Callahan, L. (Eds) (1985). Using Errors as Springboards for the Learning of Mathematics [Special Issue]. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 7 (3-4).
- Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 2-8.
- Büyükoztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2008). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (8.baskı), Ankara: Pegem Yayınları.
- Choike, J. (2000). Teaching strategies for algebra for all, *Mathematics Teacher*. 93(7), 556-560.
- Çavuş Erdem, Z. (2013). *Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanılgılarının belirlenmesi ve bu hata ve yanılgıların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Değişken kavramının öğretimi: Harf sembollerinin farklı kullanımları. *Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*.
- Dede, Y., Yalın, H.İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.
- Dede, Y. ve Peker, M. (2004). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: matematik öğretmen adaylarının tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı*, 6-9 Temmuz 2004 İnönü Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Malatya.
- Doerr, H. M. (2004). Teachers' knowledge and the teaching of algebra. In K. Stacey & H. Chick (Ed). *The Future of the Teaching and Learning of Algebra*, (pp. 267-290). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Ekiz, D. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- English, L. D. and Halford, G. S. (1995). *Mathematics Education: Models and Processes*, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey: Hillsdale.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). İlköğretim okullarında cebir öğretimi: Öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları. Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim, I. Ulusal Sempozyumu, 27-28 Kasım. Ankara
- Ertekin, E. (2002). *Denklemlerin Öğretimindeki Yanılgıların Teşhisi ve Sebeplerinin Belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Fisher, K. M. and Lipson J. I. (1986). Twenty questions about student errors. *Journal of Research Science Teaching*, 23(9), 783-803.
- Gray, E.ve Tall, D.(1994). Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 115-141.
- Hall, R.D.G. (2002). Analysis of errors made in the solutions of simple linearequations. *Philosophy of Mathematics Education Journal*,15,70-79.
- Herscovics, N. and Linchevski, L. (1994). Cognitive Gap Between Arithmetic and Algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 59 - 78.
- Kaf, Y. (2007). *Matematikte Model Kullanmanın 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Erişilerine Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Ün.
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2), 38-47.
- Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, Vol.7 No.1, 142-163
- Kieran, C. (1984). Cognitive mechanisms underlying the equation-solving errors of algebra novices. In Southwell et al. (Eds.), *Proceedings of the 8th Conference of the International Group for The Psychology of Mathematics Educations*, (pp.70-77). Sidney, Australia.
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (Ed. Grouws, D). Macmillan Library Reference, New York, 390-419.
- Kieran, C. (1996). The Changing Face of School Algebra. *7th International Congress On Mathematical Education*, July, Spain.
- Küchemann, D. (1978). Children's Understanding of Numerical Variables. *Mathematics in Scholl*, 7(4), 23-26
- Küchemann, D. (1981). 'Algebra', in K. Hart (ed.), *Children's understanding of mathematics*: 11-16, Murray, London, pp. 102-119
- Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112 .
- Lacampagne, C. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. (Eds. Lacampagne, C., Blair, W. and Kaput, J.). *The algebra initiative colloquium*. 2, 237-242
- Livneh, D. and Kinchevski, L. (1999). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts, *Educational Studies in Mathematics*, 40:173-196.
- Maccini, P. and Hughes, C. (2000). Effects of a problemsolving strategy on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 15(1), 10-21.
- MacGregor, M. and Stacey, K. (1997a). Students' Understanding Of Algebraic Notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics* 33: 1-19.
- MacGregor, M. and Stacey, K. (1997b). Ideas About Symbolism That Students Bring To Algebra. *The Mathematics Teacher*, 90 (2), 110 -113.
- Nickson, M. (2004). *Teaching and Learning Mathematics: A Teacher's Guide to Recent Research and its Application*. (2nd ed.), New York: Continuum International Publishing Group
- Oktaç, A. (2009). İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri. Bingölbali, E., Özmantar, M.F. (Ed.). *Denklemler konusunda karşılaşılan zorluklar*: 9, 241-262.
- Öner, A.T.(2009). *İlköğretim 7. Sınıf Cebir Öğretiminde Teknoloji Destekli Öğretimin Öğrencilerin Erişi Düzeyine, Tutumlarına ve Kalıcılığa Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Ün.
- Özarslan, P. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü
- Perso, Thelma (1992). "Using diagnostic teaching to overcome misconceptions in algebra. *The Mathematical Association of Western Australia*.
- Schappelle, B. and Philipp, R. (1999). Algebra as generalized arithmetic: Starting with the known for a change, *The Mathematics Teacher*. 92 (4), 310-316.
- Schoenfeld, A. and Arcavi, A. (1988). *On The Meaning of Variable*, *Mathematics Teacher*. s. 420-427.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confront historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.



- Sleeman, D. (1984). An attempt to understand students understanding of basic algebra. *Cognitive Science*, 8, 413-437.
- Soylu, Y. (2008). 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı: 25, ss. 237 -248,
- Stacey, K. and MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal of Mathematical Behaviour*. 18 (2), 149-167.
- Swadener, M. and Soedjadi, R. (1988). Values, mathematics education and the task of developing pupils' personalities: An Indonesian perspective. *Educational Studies In Mathematics*, 19(2), 193-208
- Şahin, Ö. (2012). *Cebir öğretiminde somut-yarı somut-soyut öğretim tekniğinin öğrencilerin, başarılarına tutumlarına ve kalıcılığına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Şimşek, H. ve Yıldırım, A. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Tirosh, D., Even, R., and Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: Teacher awareness and teaching approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 51-64.
- Ubuz B. (1999). Genel matematikte (calculus) öğrenci hataları. *Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü*.
- Vlasiss, J. (2001). Solving equations with negatives or crossing the formalizing gap. *Proceedings of the 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol.3, pp.375-382)*. Utrecht, Holanda.
- Wagner, S. (1983). What are these called variables? *Mathematics Teacher*, 76, 474-478.
- Williams, S. (1997). Algebra: what students can learn. The nature and algebra in the K-14 curriculum. *Proceedings of a National Symposium*, Washington, DC, May 27-28.
- Yaman, H. ve Dündar, S. (2015). Cebir eğitimi almayan öğrenciler problem çözümlerinde denklemleri kullanabiliyorlar mı?. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 6(1), 255-276
- Yenilmez K. ve Avcu T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), ss:37-45
- Yıldız, P., Çiftçi, Ş.K., Ş. Akar, Ş. ve Sezer, E. (2015). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Eğitim Araştırmaları Dergisi*, Cilt 1, Sayı 1
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.