

ULUSLARARASI SOSYAL ARAŐTIRMALAR DERGİSİ THE JOURNAL OF INTERNATIONAL SOCIAL RESEARCH

Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi / The Journal of International Social Research
Cilt: 13 Sayı: 75 Yıl: 2020 & Volume: 13 Issue: 75 Year: 2020
www.sosyalarastirmalar.com Issn: 1307-9581

BLOKELİ KUYRUK AĞLARININ ÇIKTI HIZI ANALİZİ THROUGHPUT ANALYSIS OF QUEUEING NETWORKS WITH BLOCKING

Ahmet HASKÖSE*

Öz

Kuyruk teorisi, stokastik sistemlerin modellenmesi ve analiz edilmesinde çok yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Günümüzde üretim, iletişim ve bilgisayar sistemleri gibi çoğu gerçek hayat sistemleri, kuyruk ağları olarak adlandırılan çok aşamalı kuyruk sistemleri ile temsil edilmekte ve modellenmektedir. Birim zaman başına sistemde işlenen ürün sayısı olarak tanımlanabilen çıktı hızı, stokastik sistemlerin analiz edilmesinde yaygın olarak kullanılan performans ölçütlerinden birisidir. Çıktı hızı analizinin, bir sistemin tasarımı ve planlanması bakımından önemli bir role olması nedeniyle çalışmada kuyruk ağı topolojisi ve kuyrukların bekleme alanı kapasitelerinin sistem çıktı hızı üzerindeki etkisinin araştırılması amaçlanmaktadır. Bu bağlamda, blokeli kuyruk sistemlerinin çıktı hızı analizi için sıralı, ayrışan-bileşen ve yapılandırılmamış olmak üzere üç farklı kuyruk ağı topolojisinde 5, 10 ve 15 birim olmak üzere üç farklı kuyruk kapasitesi deneysel olarak incelenmektedir. Sistem çıktı hızının kuyruk ağı topolojisi ve kuyruk kapasitelerinden etkilendiği görülmele birlikte, sistemin performansının aĐ topolojisi bakımından daha fazla duyarlılığa sahip olduğu bir başka ifadeyle daha fazla etkilendiği anlaşılmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Stokastik Sistemler, Çıktı Hızı, Kuyruk AĞı Modeli, Performans Analizi.

Abstract

Queueing theory has been widely used in modelling and analysis of real-life stochastic systems. Today, most real-life systems such as manufacturing, communication and computer systems are represented and modeled by multi-stage queueing systems called queueing networks. Throughput is the number of products processed in a system per unit time, and is one of the key performance indicators in the analysis of stochastic systems. This study aims to investigate the effect of the configuration of queueing network and buffer capacities of queues on throughput of the system which have an important role in design and planning of a system. For this purpose, three different queue capacities of 5, 10 and 15 units in three different queue network configurations namely tandem, split-merge and arbitrary are examined for throughput analysis of queueing networks with blocking. It is seen that the throughput is affected by the queue network configuration and queue capacities. However, the experimental results suggest that throughput is the more sensitive to the configuration of queueing network.

Keywords: Stochastic Systems, Throughput, Queueing Network Modeling, Performance Analysis.

* Doç. Dr., Erciyes Üniversitesi, İşletme Bölümü, haskose@erciyes.edu.tr, ORCID: 0000-0003-0692-0978



1. Giriş

Günlük hayatta bekleme hatları (kuyruk sistemleri) kaçınılmaz bir olgu olarak ortaya çıkmaktadır. Süpermarket, banka, hastane ve yemekhane gibi günlük hayatın çok farklı formlarında kuyruk sistemleri görülmekte ve bekleme olgusu ile karşılaşılmaktadır. Öte yandan, bekleme olgusu sadece günlük hayatla sınırlı bir deneyim olmayıp; üretim hatlarında, iletişim ve bilgisayar ağlarında da bekleme olgusu vazgeçilmez bir gerçektir. Hizmet sektöründe daha ziyade tek aşamalı kuyruk sistemleri söz konusu iken üretim, iletişim ve bilgisayar sistemlerinde çoğunlukla çok aşamalı kuyruk sistemleri bir başka ifadeyle kuyruk ağları görülmektedir.

Kuyruk teorisi başlangıçta iletişim sistemlerinin analizinde kullanılmıştır. Bu alandaki ilk çalışmalar 20. yüzyılının ilk dönemlerine rastlamakta ve Erlang'ın 1918 yılında gerçekleştirmiş olduğu çalışma bu alandaki sistematik ilk araştırmalara örnek olarak gösterilebilir. Daha sonraki dönemlerde kuyruk teorisi, sistemlerin analiz edilmesinde gittikçe artan uygulama alanına sahip olmuş ve günümüzde de çok yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu süre içerisinde farklı sistemler için kuyruk modelleri geliştirilmiş ve analiz edilmiştir; Jackson (1957), Kelly (1975) ve Whitt (1983) kuyruk sistemlerine özellikle kuyruk ağlarına önemli katkılar sağlamış çalışmalar olarak öne çıkmaktadır. Kuyruk teorisi, başlangıçta hizmet sistemlerinde uygulanmasına rağmen diğer tekniklere göre avantajları nedeniyle kuyruk teorisi yıllar içerisinde gelişme göstermiş ve hemen hemen tüm stokastik süreçlerde uygulama alanı bulmuştur (bkz. Gross, Shortie, Thompson & Harris, 2008).

Bir sisteme hizmet almak için gelen müşteri talebinin anında karşılanamaması veya sisteme işlenmek için gelen bir işin/görevin anında işleme alınamaması sonucu kuyruklar oluşmaktadır. Bir kuyruk sistemine gelişler banka gibi hizmet sektöründe müşteri, üretim sistemlerinde iş veya parça, iletişim ve bilgisayar sistemlerinde iş veya görev şeklinde tanımlanabilir; bu çalışmada kuyruk sistemine gelişler iş olarak ifade edilmektedir. Sisteme gelen işler arasında geçen sürenin, hizmet veya işlem süresinden daha kısa olmasının doğal sonucu olarak iş gelişlerinin anında karşılanamaması ve dolayısıyla kuyrukta bekleme söz konusudur. Bu durum deterministik ve stokastik sistemlerin her ikisi için de geçerli olup; stokastik sistemlerde gelen iş ihtiyaçlarının farklı olmasından kaynaklanan iş sürelerinin değişkenliği, iş sürelerinin rassallığı ve arızalanma gibi faktörler kuyruk oluşumuna ilave unsurlar olarak ortaya çıkmaktadır.

Birçok gerçek hayat sistemi, iş geliş sürelerinin rassallığı, iş sürelerinin rassallığı, gelen işlerin farklı gereksinimleri, işlem merkezi arızaları gibi etkenlerden kaynaklanan sistem işleyişindeki rassallık nedeniyle stokastik yapıya sahiptir ve bu nedenle de bu sistem tarafından işlenen iş sayısı rassal bir değişkendir. Stokastik sistemlerin işlediği iş sayısı bir başka ifadeyle çıktı hızı, o sistemin üretim veya işlem hacmini temsil eder. Çıktı hızı, belirli bir süre boyunca bir sistem tarafından işlenen veya üretilen öğelerin toplam miktarı olarak ifade edilebilir. Bir başka ifadeyle, birim zaman başına işlenen ürün sayısı olarak da tanımlanır ve bu ölçüt aynı zamanda verimlilik olarak da adlandırılır. Çıktı hızı veya verimlilik, stokastik sistemlerin analiz edilmesinde yaygın olarak kullanılan performans ölçütlerinden birisidir. Li, Qian, Du, & Yang (2016) çıktı analizinin, kuyruk sistemlerinin tasarımı, kontrolü ve yönetimi için kritik öneme sahip olduğunu belirtmektedir. Öte yandan, Nagi, Chen & Wan (2017) farklı türdeki işleri içeren kuyruk sistemlerindeki süreçlerin karmaşıklığı nedeniyle bu tür sistemlerin iş hacminin artırılmasının güç olduğunu ifade etmektedir. Bu bağlamda çıktı hızı analizinin, gerçek hayat sistem performanslarının geliştirilmesine önemli katkı sağlama potansiyeline sahip olduğu ortaya çıkmaktadır. Çıktı hızı analizi üretim, iletişim ve bilgisayar sistemleri gibi birçok stokastik sistemlerin yönetimi ve kontrolü bakımından önemli fonksiyonlara sahiptir. Bu nedenle, kuyruk sistemlerinin performans analizinde çıktı hızı çok yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (bkz. Dallery & Gershwin, 1992; Li, Blumenfeld, Huang, & Alden, 2009; Padmavathi, Srinivasa Rao, & Reddy, 2009; Zeng, Chaintreau, Towsley, & Xia, 2018).

Sistem performansının hızlı ve doğru bir şekilde değerlendirilmesi; üretim, iletişim ve bilgisayar sistemleri gibi birçok gerçek hayat sisteminin tasarımı, iyileştirilmesi ve kontrolü bakımından önem arz etmektedir. Simülasyon ve analitik yöntemler, kuyruk sistemlerinin analiz edilmesinde kullanılan iki yöntem olarak öne çıkmaktadır. Simülasyon, büyük ve karmaşık süreç ve sistemleri modelleme kapasitesi nedeniyle kuyruk ağlarının analizinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bununla birlikte, istatistiksel olarak geçerli sonuçlar elde etmek için simülasyon modelinin geliştirilmesi ve analiz edilmesi genellikle daha uzun süreler gerektirir. Öte yandan, uygun bir analitik modelleme yöntemi daha hızlı ve daha tutarlı sonuçların elde edilmesine imkân vermektedir; bu nedenle kuyruk ağı modelleri sistem performansının hızlı ve



güvenilir bir şekilde analiz edilmesinde ve sistemin planlanmasına yönelik kararların verilmesinde çok yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Liu, Yang, Wu & Hu, 2012).

2. Stokastik Sistemlerin Kuyruk Ağı Modelleri ile Analizi

Kuyruk ağları olarak adlandırılan çok aşamalı kuyruk sistemlerinin, çoğu gerçek hayat sistemini temsil ettiğini söylemek mümkündür. Kuyruk ağı, karşılıklı etkileşim içerisinde bulunan bir dizi kuyruğun bulunduğu sistem olarak tanımlanabilir; iş istasyonlarının düğümler ile temsil edildiği, oklarla bağlantılı ve yönlendirilmiş grafikler ile gösterilir. Ayrıca, bu grafikte her düğümün önünde, iş istasyonunun başka bir işi işlemekle meşgul olması durumunda o istasyonda işlem görmek için gelen işlerin bekletilebileceği kuyruk olarak adlandırılan bekleme alanı vardır. İşler, düğümleri birbirine bağlayan okların temsil ettiği rotaları izler. İşlerin takip ettiği rotalar bir başka ifadeyle düğümlerin bağlanma şekli, kuyruk ağının topolojisini belirler. Genel olarak sıralı ve yapılandırılmamış olmak üzere iki temel kuyruk ağı topolojisi mevcuttur. Sıralı topolojide kuyruklar birbiri ardınca sıralanmıştır, yapılandırılmamış ağlarda ise kuyrukların dizilişine ilişkin herhangi bir sınırlama bulunmamaktadır. Kuyruk ağları, işlerin sistemdeki akışına bağlı olarak açık ve kapalı kuyruk ağları olarak sınıflandırılmaktadır. Açık kuyruk ağlarında, işler sisteme dışardan girer ve işlemlerini tamamladıktan sonra sistemden ayrılır; sistemdeki iş sayısı tesadüf olarak zamanla değişmektedir. Kapalı kuyruk ağlarında ise, sabit sayıda iş sistemde süresiz olarak dolaşır bir başka ifadeyle sistemdeki iş sayısı sabittir; işlerin sisteme dışardan girmesi ve sistemden ayrılması söz konusu değildir. İş istasyonları önünde yer alan kuyrukların sonlu veya sonsuz kapasiteye sahip olması bakımından sistemler blokeli ve blokesiz kuyruk ağları olarak gruplandırılmaktadır. Blokeli kuyruk ağlarında bir kısım veya bütün kuyrukların bekleme alanları belirli bir azami kapasiteye sahiptir; buna karşılık blokesiz kuyruk ağlarında bütün kuyruklar bekleme alanı bakımından sonsuz kapasiteye sahiptir.

Kuyruk ağında yer alan iş istasyonlarının önündeki bekleme alanlarında bekleyen iş sayısında herhangi bir kısıtlama yoksa bir başka ifadeyle istasyonlarının kuyrukları sonsuz kapasiteye sahipse, iş istasyonları yani ağdaki düğümler arasındaki önemli bir etkileşim kaynağı ortadan kalkmakta, bu tür ağların performans analizi daha kolaylaşmakta ve ağdaki her bir düğümün diğerlerinden bağımsız olarak analiz edilmesi mümkün olmaktadır. Sonsuz kuyruk kapasitesine sahip açık kuyruk ağlarının analiz edilmesinde her düğümü bağımsız olarak ele alan Jackson (1957) Ağları sıklıkla kullanılmaktadır. Bununla birlikte, gerçek hayat sistemlerinde genellikle düğümlerin kuyruk kapasitelerinde fiziksel sınırlamalar vardır; bir başka ifadeyle pratikte sonlu kuyruk kapasiteleri söz konusudur. Bu durum, ağdaki bir düğümün diğeri tarafından bir şekilde engellenmesine ve bloke edilmesine yol açmakta ve düğümler arasında etkileşimin dikkate alınmasını zorunlu kılmaktadır. Bu tür kuyruk ağlarının analiz edilmesi kolay olmayıp, genel olarak yaklaşık çözüm veren analitik modeller veya simülasyon ile mümkün olmaktadır (Papadopoulos, Heavey & Browne, 1993).

Kuyruk ağı modelleri üretim, iletişim ve bilgisayar sistemleri gibi stokastik sistemlerin modellenmesinde ve performans değerlendirilmesinde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. (Gross, Shortie, Thompson & Harris, 2008). Bu sistemlerin kuyruk ağı olarak modellenmesi birçok araştırmacı tarafından kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. İletişim sistemlerini kuyruk ağı modelleri ile analiz eden çalışmalara Srinivasa Rao, Vasanta & Vijaya Kumar (2000), Jouini, Dallery & Akşin (2009) ve Khudyakov, Feigin & Mandelbaum (2010) örnek olarak verilebilir. Benzer şekilde bilgisayar sistemlerinin analizinde kuyruk modellerini kullanan çalışmaların bir kısmı Kant (1992), Lavenberg (1983) ve Lazowska, Zahorjan, Scott Graham & Sevcik (1984)'de görülebilir. Buzacott & Shanthikumar (1992), Hall (1991) ve Papadopoulos, Heavey & Browne (1993) ise üretim sistemlerinin performans değerlendirmesinde kuyruk modellerini uygulayan çok sayıda çalışmayı incelemektedir.

Öte yandan, daha gerçekçi olması nedeniyle blokeli kuyruk ağları son yıllarda birçok araştırmacının ilgisini çekmiştir. Sonlu kuyruk kapasitesine sahip olan bir kuyruk ağında, sistemdeki işlerin akışı hedef iş istasyonunun kuyruk kapasitesindeki boşluklardan etkilenmekte ve hedef iş istasyonu maksimum kuyruk kapasitesine ulaştığında bu iş istasyonuna iş gönderecek istasyonlardaki iş akışının anlık olarak durdurma etkisine sahiptir. Bu durum bloke olarak adlandırılmakta ve bu engelleme işine sahip iş istasyonunun geçici olarak durmasına yol açmaktadır. Literatürde farklı tipte bloke mekanizmaları ele alınmıştır (bknz. Onvural & Perros, 1986; Perros, 1994). Servis sonrası bloke, genellikle en yaygın bloke türü olarak kabul edilmektedir. Bir kuyruk ağında bloke durumunun meydana gelmesi kuyruklar arasında etkileşime yol açmakta ve genellikle bu tür sistemlerin performans analizi güçleşmektedir. Birkaç özel durum dışında blokeli kuyruk ağları, yaklaşık çözüm veren analitik modeller ve simülasyon ile analiz edilmektedir. Bununla birlikte simülasyonun, kapsamlı bilgisayar zamanı gereksinimi ve sonuçların istatistiksel analizi gerektirmesi gibi bazı dezavantajları vardır. Alternatif olarak blokeli kuyruk ağlarını, yaklaşık modeller kullanarak analiz

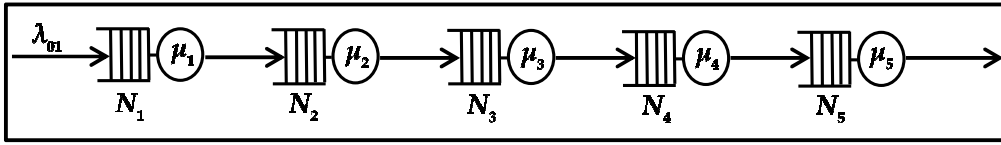


etmek çok yaygındır ve literatürde birçok yaklaşık model önerilmiştir. Dallery & Gershwin (1992), Perros (1994), Balsamo, de Nitto Persone & Onvural (2001) ve Zhang vd. (2017) blokeli kuyruk ağlarına ilişkin önerilen yaklaşık modelleri kapsamlı bir şekilde incelemektedir.

Ab Kadir vd. (2015)'e göre bir kuyruk ağının tasarımı ve yerleşim düzeni, sistemin uzun vadeli verimliliğini belirlemekte ve kuyruk sistemlerinin performansı üzerinde önemli rol oynamaktadır. Li, Blumenfeldb, Huangb & Aldenb (2009) ve Modrak, Soltysovaa, & Bednara (2017) ise çıktı hızı ile sistem tasarımı ve düzeni arasındaki ilişkiye vurgu yapmaktadır. Öte yandan, stokastik süreçlerde, işlem sürelerindeki farklılıklar ve iş istasyonlarının arızalanması gibi nedenlerden dolayı sistemin işleyişinde kesintiler söz konusudur; bu durumlar bir kısım iş istasyonlarının boşa kalmasına ve iş hacminin azalmasına yol açmaktadır. Bu vakaların olumsuz etkisini azaltmak veya ortadan kaldırmak için iş istasyonları arasına tampon bekleme alanları yerleştirilmektedir. Tampon depolama alanları yani iş istasyonları önündeki kuyruk kapasiteleri istasyonların bloke olmasını ve boş kalmasını azaltarak sistemin çıktı hızını artırmaktadır. İş istasyonları arasındaki kuyruk kapasitelerinin yükseltilmesi stokastik sistemlerin iş hacminin yani çıktı miktarının artmasına yol açmakla birlikte bu etki belirli düzeye kadar söz konusudur (Ameen, 2018). İş istasyonları önündeki kuyruk kapasite büyüklükleri sistem performansını etkilemektedir. Bu nedenle, iş istasyonlarının kuyruk kapasitelerinin bir başka ifadeyle bekleme alanlarının büyüklüğünün belirlenmesi sistemlerin tasarım aşamasında verilmesi gereken önemli kararlardan biridir (Alfieri, Matta & Pastore, 2020). Bu çalışmada kuyruk ağı topolojisinin, sistemin çıktı hızı üzerindeki etkisinin araştırılması amaçlanmaktadır. Ayrıca, ağ topolojisi bağlamında iş istasyonları önündeki kuyruk kapasitelerinin çıktı hızına etkisi de incelenmektedir.

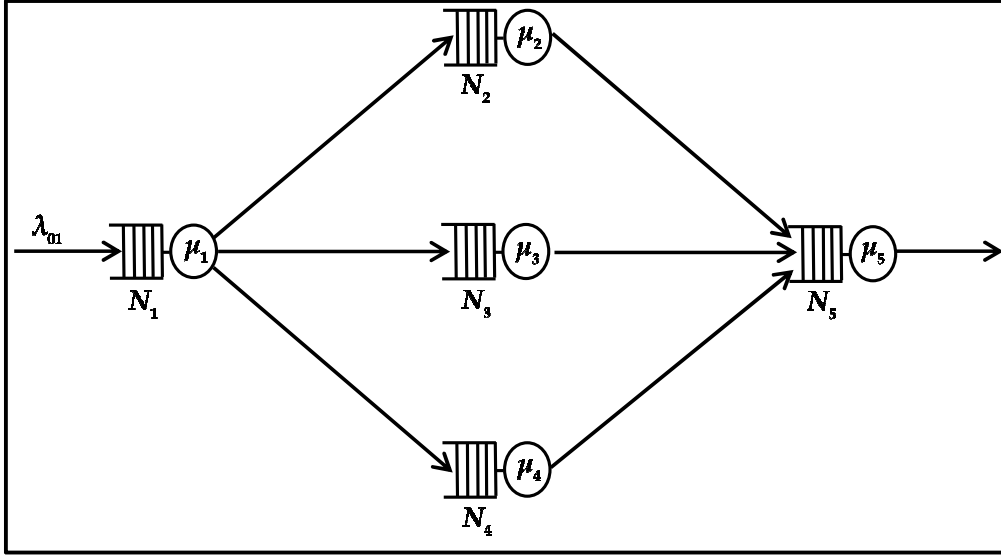
3. Sistem çıktı hızının deneysel incelenmesi

Kuyruk ağı topolojisi ile sistem çıktı hızı arasındaki ilişkinin incelenmesi amacıyla beş iş istasyonunun bulunduğu bir stokastik sistem için sıralı, ayrışan-birleşen ve yapılandırılmamış olmak üzere üç farklı topoloji dikkate alınmaktadır. Şekil 1'de gösterildiği gibi sıralı sistemde iş istasyonları birbiri ardınca sıralanmaktadır; işler ilk istasyona gelmekte ve burada işlem gördükten sonra sırasıyla 2, 3 ve 4 nolu iş istasyonlarında işlem görmekte ve son olarak 5 nolu istasyonda işlem gördükten sonra sistemden ayrılmaktadır.



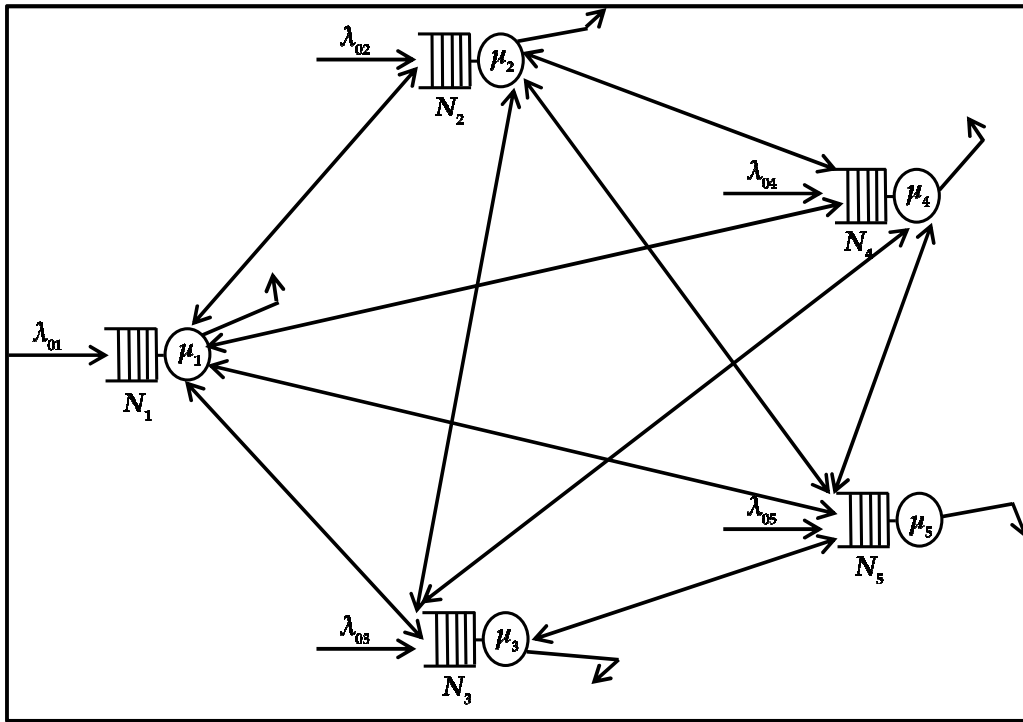
Şekil 1: Sıralı Kuyruk ağı topolojisi

Ayrışan-birleşen topolojide ise, işler yine 1 nolu iş istasyonuna gelmekte, burada işlem gördükten sonra ayrışma olup işler eşit oranlarda 2, 3 ve 4 nolu istasyonlara doğru ilerlemektedir ve bu istasyonlarda işlem gören işler birleşerek son olarak 5 nolu istasyonda işlem gördükten sonra sistemden ayrılmaktadır. Bu topolojide giriş ve çıkış istasyonları mevcut olup, diğer istasyonlar paralel bir şekilde yerleştirilmiştir (bknz. Şekil 2).



Şekil 2: Ayrışan-birleşen kuyruk ağı topolojisi

Yapılandırılmamış topolojide ise, sistemde herhangi bir giriş ve çıkış istasyonu söz konusu değildir; işler eşit oranlarda bütün iş istasyonlarına gelmekte ve eşit oranlarda tüm istasyonlar üzerinden sistemden ayrılmaktadır. Şekil.3'te gösterilen yapılandırılmamış topolojide herhangi bir iş istasyonunda işlem gören işler eşit oranlarda diğer dört istasyondan herhangi birine doğru ilerlemekte veya sistemden ayrılmaktadır.

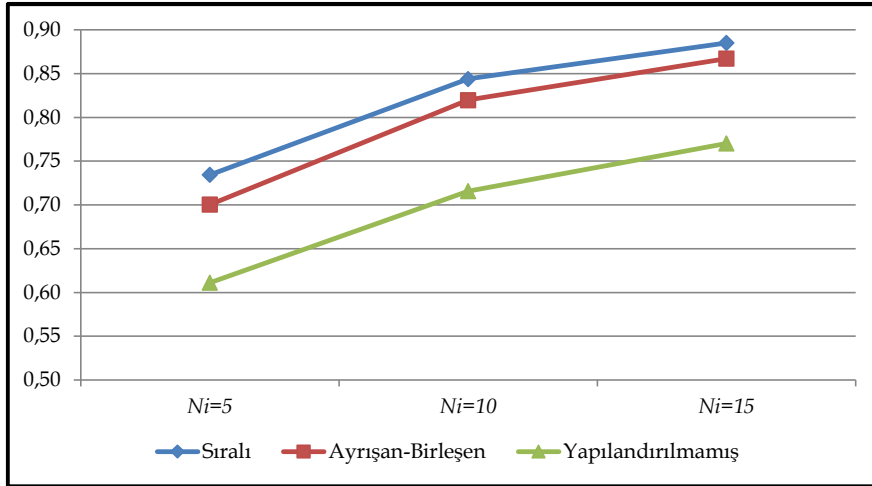


Şekil 3: Yapılandırılmamış kuyruk ağı topolojisi

Tasarlanan sistem açık kuyruk ağı olup, Şekil 1, 2 ve 3'te gösterilen kuyruk ağlarında işler sisteme dışarıdan gelmekte ve işlem gördükten sonra sistemden ayrılmaktadır. Şekillerde, i . düğüme iş geliş oranı λ_{0i} , i . düğümün işlem oranı μ_i ve i . düğümün kuyruk kapasitesi ise N_i sembolleri ile gösterilmektedir. Sistemdeki tüm iş istasyonları tek kanallı servis biriminden oluşmaktadır. Bütün iş istasyonları, sonlu sayıda kuyruk kapasitesine yani sınırlı bekleme alanına sahiptir. İşlerin sisteme gelişleri Poisson dağılım göstermekte ve sisteme iş geliş oranının 0.95 olduğu varsayılmaktadır. İşlem sürelerinin üstel dağılım gösterdiği kabul edilmektedir. Farklı ağ topolojilerini karşılaştırmak amacıyla iş istasyonlarının işlem oranları, sınırsız bekleme alanı varsayımı altında her bir istasyonun trafik yoğunluğu %95 olacak şekilde



planlanmıştır. Bu bağlamda, sıralı ve yapılandırılmamış ağlarda istasyonların işlem oranı 1 olarak kabul edilmektedir. Ayrışan-birleşen kuyruk ağında ise giriş ve çıkış istasyonlarında işlem oranı 1 ve paralel olarak sıralanmış üç ara istasyonda ise işlem oranı 1/3 olarak tasarlanmıştır. Sistemdeki iş istasyonlarının kuyruk kapasiteleri bakımından üç farklı senaryo dikkate alınmış ve sırasıyla bu senaryolarda kuyruk kapasitelerinin 5, 10 ve 15 ($N_i=5$, $N_i=10$ ve $N_i=15$) olması planlanmıştır. Deneysel incelemenin sonuçlarının elde edilmesi amacıyla blokeli kuyruk ağlarının analizine imkân veren Haskose, Kingsman & Worthington (2004) tarafından önerilen yaklaşık model kullanılmıştır. Sıralı, ayrışan-birleşen ve yapılandırılmamış kuyruk ağı topolojilerinin farklı düzeylerdeki kuyruk kapasitelerine ilişkin sistem çıktı hızları Şekil 4'te gösterilmektedir.



Şekil 4: Sıralı, ayrışan-birleşen ve yapılandırılmamış kuyruk sistemlerinin kuyruk kapasitelerinin 5, 10 ve 15 olduğu sistemlerde çıktı hızları

Çalışmada dikkate alınan kuyruk ağı topolojilerinden kuyruk etkileşimleri bakımından en basit alternatifi, sıralı kuyruk sistemleri olduğu söylenebilir. Ayrışan-birleşen topolojide iş istasyonları arasındaki etkileşimin nispeten karmaşıklaştığı görülmektedir. Bununla birlikte, yapılandırılmamış kuyruk ağı topolojisinde, düğümler arasındaki etkileşimin en üst düzeyde olduğu ve bu topolojinin en karmaşık sistem olduğu görülmektedir. Şekil 4'de görüldüğü gibi düğümler arasındaki etkileşim arttıkça sistemin çıktı hızı azalmaktadır; ağdaki tüm kuyruk kapasitelerinin 5 olduğu durumda sıralı kuyruk ağında çıktı hızı 0,73 iken yapılandırılmamış ağda çıktı hızı 0,61'e düşmektedir. Öte yandan, kuyruk kapasiteleri arttıkça beklentiyle uyumlu bir şekilde sistem çıktı hızının arttığı anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, çıktı hızındaki artış oranlarının benzer düzeylerde gerçekleşmediği ve kuyruk ağı topolojisi ile kuyruk kapasitesinden etkilendiği görülmektedir. Bir başka ifadeyle, ağ topolojisi ve kuyruk kapasitesine bağlı olarak sistem çıktı hızında farklı düzeylerde değişim gözlemlenmektedir. Bu nedenle, çıktı hızındaki değişim bu iki faktör açısından detaylı bir şekilde incelenmiştir.

Öncelikle kuyruk ağı topolojisine bağlı olarak çıktı hızı değişimi Tablo 1'de incelenmektedir. Çıktı hızındaki değişim sıralı topoloji temel alınarak hesaplanmaktadır. Buna göre, ağdaki kuyruk kapasiteleri 5 birim olduğunda, çıktı hızı ayrışan-birleşen topolojide %4,63 azalırken; yapılandırılmamış topolojide çıktı hızında %16,76 gibi önceki değişime göre çok daha yüksek düzeyde düşüş gerçekleşmektedir. Kuyruk kapasiteleri arttığı zaman ayrışan-birleşen topolojide izlenen çıktı hızındaki düşüş oranları daha azalmakta ve kuyruk kapasiteleri 15 birim olduğunda bu topolojinin çıktı hızı sadece yaklaşık %2 azalmaktadır. Buna karşın, kuyruk kapasitelerinde artış olmasına rağmen yapılandırılmamış topolojide gözlemlenen çıktı hızındaki düşüş oranları halen yüksek düzeylerde gerçekleşmekte ve ağdaki kuyruk kapasiteleri 15 birim olduğu durumda yapılandırılmamış topolojinin çıktı hızı sıralı topolojiye göre yaklaşık %13 azalma göstermektedir.



Ağ topolojisi / Kuyruk Kapasitesi	Sıralı	Ayrışan-Birleşen	Yapılandırılmamış	Ayrışan-Birleşen Değişimi (%)	Yapılandırılmamış Değişimi (%)
$N_i=5$	0,734	0,700	0,611	-4,63%	-16,76%
$N_i=10$	0,844	0,820	0,716	-2,84%	-15,17%
$N_i=15$	0,885	0,867	0,770	-2,03%	-12,99%

Tablo 1: Kuyruk ağı topolojisi bakımından sistem çıktı hızındaki değişim

Ağdaki iş istasyonları kuyruk kapasitesinin 5 birim olduğu durum temel alınarak kuyruk kapasitelerinin farklı düzeyleri itibariyle sistem çıktı hızındaki değişim Tablo 2’de gösterilmektedir. Kuyruk kapasitelerinin artması sisteme daha fazla iş kabul edilmesi anlamına gelmekte ve dolayısıyla çıktı hızının da artmasının öngörülebilir ve olağan bir durum olduğu söylenebilir. Bununla birlikte, kuyruk kapasitelerindeki oransal değişim ile çıktı hızının oransal değişim farklı eğilim göstermektedir. Sıralı topolojide kuyruk kapasitelerinin 10 birim olması önceki kapasite düzeyine göre %100 artışı yansıtmasına rağmen çıktı hızı yaklaşık %15 artmaktadır. Ayrıca, kuyruk kapasitelerinin 15 birim olduğu durumdaki çıktı hızında izlenen artış miktarı yine kuyruk kapasitelerindeki artıştan farklı eğilim izlemekte ve çıktı hızı %20,57 artış göstermektedir. Öte yandan, ayrışan-birleşen ve yapılandırılmamış topolojilerde çıktı hızındaki değişim sıralı değişime nispeten biraz daha fazla olmakla birlikte yine çıktı hızındaki değişim oranları kuyruk kapasitelerindeki değişim oranları kadar yüksek olmayıp; özellikle kuyruk kapasitelerinin 10 birim olduğu durumda ayrışan-birleşen ve yapılandırılmamış topolojilerdeki çıktı hızı değişim oranlarının benzer olması dikkat çekmektedir.

Kuyruk kapasitesi / Ağ topolojisi	$N_i=5$	$N_i=10$	$N_i=15$	$N_i=10$ Değişimi (%)	$N_i=15$ Değişimi (%)
Sıralı	0,734	0,844	0,885	14,99%	20,57%
Ayrışan-Birleşen	0,700	0,820	0,867	17,14%	23,86%
Yapılandırılmamış	0,611	0,716	0,770	17,18%	26,02%

Tablo 2: Kuyruk kapasiteleri bakımından sistem çıktı hızındaki değişim

Stokastik sistemlerin çıktı hızının, kuyruk ağı topolojisi ve kuyruk kapasitelerinden etkilendiği görülmektedir. Ağ topolojine bağlı olarak sistem karmaşıklıkça yani düğümler arasında etkileşim artıca, sistem çıktı hızı daha fazla azalmaktadır. Öte yandan, iş istasyonlarının bekleme alanları yani kuyruk kapasitelerinin genişlemesi çıktı hızının artmasına yol açmaktadır. Bununla birlikte, kuyruk kapasite genişlemesinin çıktı hızı üzerinde beklenildiği gibi olumlu etki yapmasına rağmen bu etkinin ağ topolojisine bağlı olarak farklı düzeylerde gerçekleştiği görülmektedir. Kuyruk kapasite genişlemesinin bir kısım seviyelere kadar çıktı hızında anlamlı artışlara yol açtığı, ağ topolojisine göre değişen seviyelerden sonra kuyruk kapasite genişlemelerinin çıktı hızını çok fazla etkilemediği görülmektedir. Genel olarak, kuyruk ağı topolojisi ve kuyruk kapasitelerinin çıktı hızına etkileri karşılaştırıldığında, sistem çıktı hızının ağ topolojisine daha duyarlı olduğu anlaşılmaktadır. Sistemde yer alan iş istasyonları arasındaki etkileşimin artmasının yani sistemin karmaşıklaşmasının, çıktı hızı üzerinde olumsuz etkiye yol açtığını söylemek mümkündür. Bu bağlamda, kuyruk kapasitelerindeki artışlar karmaşık sistemlerde, düğümler arasındaki etkileşimin nispeten azalmasına ve dolayısıyla çıktı hızındaki artışın basit sistemlere göre daha fazla gerçekleşmesine neden olmaktadır. Bununla birlikte, sistem çıktı hızındaki değişimin belirli bir trend izlemediği görülmekte ve analitik modeller kullanılmadan sistem çıktı hızına yönelik gerçekleştirilecek öngörülerin çok güvenilir olmayacağı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda, kuyruk ağı modelleri, stokastik sistemlerin performans analizinde etkin bir şekilde kullanılabilen; sistemin işleyişine yönelik hızlı, güvenilir analizler ve öngörüler gerçekleştirilmesine imkân vermektedir.

4. Sonuç

Üretim, iletişim ve bilgisayar gibi gerçek hayat sistemlerinin performans analizinde ve sistemin geliştirilmesine yönelik alınacak kararlarda çıktı hızının önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir. Deterministik sistemlerde değişkenlik göstermeyen sistem parametreleri çerçevesinde, çıktı hızının öngörülmesi nispeten kolay olmasına rağmen stokastik sistemlerde sistem performansının analiz edilmesi çok daha karmaşık ilişkilerin dikkate alınmasını zorunlu kılmaktadır. Bu bağlamda, kesin olmayan ve değişkenlik gösteren parametreler dikkate alındığında sistemin performansına yönelik öngörülerin



güvenilirliği önemli olmaktadır. Bu durumlarda kuyruk ağı modelleri sistem performansının hızlı ve güvenilir bir şekilde analiz edilmesine ve sistemin işleyişine yönelik alınacak kararlara katkı sağlama potansiyeline sahiptir.

Sistem çıktı hızını etkileyen çok farklı faktörler olmasına rağmen bu çalışmada sadece ağ topolojisi ve kuyruk kapasitelerinin çıktı hızı üzerine etkisi incelenmiştir. Bunun temel nedeni, bu iki faktörün herhangi bir sistemin tasarım ve planlanma aşamasında anahtar rol oynaması gelmektedir. Öte yandan, ağ topolojisi ve kuyruk kapasitelerinin, karar verici tarafından kontrol edilebilecek ve belirlenmesi gereken temel faktörler olduğunu söylemek mümkündür. Öyle ki, bu iki faktör dışında çoğu faktörün karar verici tarafından kontrol ve yönlendirilmesinin güç olduğu ve daha ziyade dikkate alınması gereken değişkenler olduğu söylenebilir.

Blokeli kuyruk sistemlerinin çıktı hızı analizi için gerçekleştirilen deneysel incelemelerde, sıralı, ayrışan-bileşen ve yapılandırılmamış olmak üzere üç farklı kuyruk ağı topolojisinde 5, 10 ve 15 birim olmak üzere üç farklı kuyruk kapasitesi dikkate alınmıştır. Sistem çıktı hızının kuyruk ağı topolojisi ve kuyruk kapasitelerinden etkilendiği görülmekle birlikte, sistemin performansının ağ topolojisi bakımından daha fazla duyarlılığa sahip olduğu bir başka ifadeyle daha fazla etkilendiği anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, stokastik sistemlerde bu faktörlerin herhangi bir spesifik konfigürasyonu için sistem çıktı hızının tahmin edilmesi zordur. Sonuç olarak, bu faktörlerin sistem performansını nasıl veya ne derece etkileyeceği sorusunun, basit bir şekilde cevaplandırılması pek mümkün değildir. Bu bağlamda, hızlı ve güvenilir analiz ve öngörüler yapma potansiyeline sahip kuyruk ağı modellerinin, yöneticilere sistemin genel işleyişi ve yapılabilecek değişikliklere yönelik alınacak kararlarda önemli ölçüde katkı sağladığı söylenebilir.

KAYNAKÇA

- Ab-Kadir, A.R., Sajidah, W.M.K., Mohd Norzaimi, C.A., Shahril, K., & Sabri, M. (2015). Development of production layout model to improve production efficiency. Conference on Language, Education, Engineering and Technology, 2-3 September 2015, Kulim Hi-Tech Park, Kedah, Malaysia, 261-266
- Alfieri, A., Matta, A. & Pastore, E. (2020). The time buffer approximated buffer allocation problem: A row-column generation approach. *Computers and Operations Research*, 115, 104835, doi.org/10.1016/j.cor.2019.104835.
- Ameen, W., AlKahtani, M., Mohammedb, M.K., Abdulhameed, O. & El-Tamimi, A.M. (2018). Investigation of the effect of buffer storage capacity and repair rate on production line efficiency. *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, 30, 243-249.
- Balsamo, S., de Nitto Persone, V., & Onvural., R. (2001). *Analysis of Queuing Networks with Blocking*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Buzacott, J.A. & Shanthikumar J. G. (1992). Design of manufacturing systems using queueing models. *Queueing Systems, Special Issue on Queueing Models of Manufacturing Systems*, 12, 135-214.
- Dallery, Y. and Gershwin, S.B., 1992. Manufacturing flow line systems: a review of models and analytical results. *Queueing Systems*, 12, 3-94.
- Erlang, A.K. (1918). Solution of some problems in the theory of probabilities of significance in automatic telephone exchanges", *The Post Office Electrical Engineers*, 10, 189-197.
- Gross, D., Shortie, J.F., Thompson, J.M. & Harris, C. M.. (2008). *Fundamentals of Queueing Theory*. New York: Wiley.
- Hall, R.W. (1991). *Queueing Methods for Services and Manufacturing*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Haskose, A., Kingsman, B.G. & Worthington, D.J. (2004). Performance analysis of make-to-order manufacturing systems under different workload control regimes. *International Journal of Production Economics*, 90(2), 169-186.
- Jackson, J. R. (1957). Networks of waiting lines. *Operations Research*, 5, 518-521.
- Jouini, O., Dallery, Y., & Akşin, Z. (2009). Queueing models for full-flexible multiclass call centers with real-time anticipated delays. *International Journal of Production Economics*, 120, 2, 389-399.
- Kant, K. (1992). *Introduction to Computer System Performance Evaluation*, New York: McGraw-Hill.
- Kelly, F.P. (1975). Networks of queues with customer of different types. *Journal of Applied Probability*, 12, 3, 542-554.
- Khudyakov, P., Feigin, P.D. & Mandelbaum, A. (2010). Designing a call center with an IVR (Interactive Voice Response). *Queueing Systems*, 66, 215-237.
- Lavenberg, S.S. (Ed.) (1983). *Computer Performance Modeling Handbook*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Lazowska, E.D., Zahorjan, J., Scott Graham, G. & Sevcik, K.C. (1984). *Quantitative System Performance: Computer System Analysis Using Queueing Network Models*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Li, J., Blumenfeldb, D.E., Huangb, N. & Aldenb, J.M. (2009). Throughput analysis of production systems: recent advances and future topics. *International Journal of Production Research*, 47, 14, 3823-3851.
- Li, L., Qian, Y., Du, K. & Yang, Y. (2016). Analysis of approximately balanced production lines. *International Journal of Production Research*, 54, 3, 647-664.



- Liu, J., Yang, S., Wu, A. & Hu, S.J. (2012). Multi-state throughput analysis of a two-stage manufacturing system with parallel unreliable machines and a finite buffer. *European Journal of Operational Research*, 219, 296-304.
- Modrak, V., Soltysovaa, Z. & Bednara, S. (2017). Performance evaluation of layout designs by throughput rate and operational complexity. *Procedia CIRP*, 62, 175-180.
- Nagi, M., Chen, F.F. & Wan, H. (2017). Throughput rate improvement in a multiproduct assembly line using lean and simulation modeling and analysis. *Procedia Manufacturing*, 11, 593-601.
- Onvural, R.O. & Perros, H.G. (1986). On equivalencies of blocking mechanisms in queueing networks with blocking. *Operations Research Letters*, 5, 293-297.
- Padmavathi, G., Srinivasa Rao, K. & Reddy, K. V. V. S. (2009). Performance evaluation of parallel and series communication network with dynamic bandwidth allocation. *CiiT International Journal of Networking and Communication Engineering*, 1, 7, 410-421.
- Papadopoulos, H.T., Heavey, C. & Browne J. (1993). *Queueing Theory in Manufacturing Systems Analysis and Design*. London: Chapman & Hall.
- Perros, H. G. (1994). *Queueing Networks with Blocking - Exact and Approximate Solutions*. New York. Oxford University Press, Inc.
- Srinivasa Rao, K., Vasanta, M.R. & Vijaya Kumar, C.V.R.S. (2000). On an interdependent communication network. *OPSEARCH*, 37, 2, 134-143.
- Whitt, W. (1983). The queueing network analyzer. *The Bell Systems Technical Journal*, 62, 9, 2779-2815.
- Zeng, Y., Chaintreau, A., Towsley, D. & Xia, C.H. (2018). Throughput scalability analysis of fork-join queueing networks, *Operations Research*, 66, 6, 1728-1743.
- Zhang, H.Y., Chen, Q.X., Smith, J.M., Mao, N., Yu, A.L., & Li, Z.T. (2017). Performance analysis of open general queueing networks with blocking and feedback. *International Journal of Production Research*, 55 (19), 5760-5781.